受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

水面の見え方

　図１のような，直方体の容器があり，辺ＡＢの長さは１５cmで，面ＢＦＧＣは面積が３２０cm^{2}の正方形です。面ＡＢＣＤは水を入れられるようにあいており，長方形のしきりが図のように底面に垂直についています。この容器を，辺ＧＨを床につけたまま図２のように傾けて，水を仕切りの左側の真上から，
毎秒１００cm^{3}の割合で注ぎます。

図１

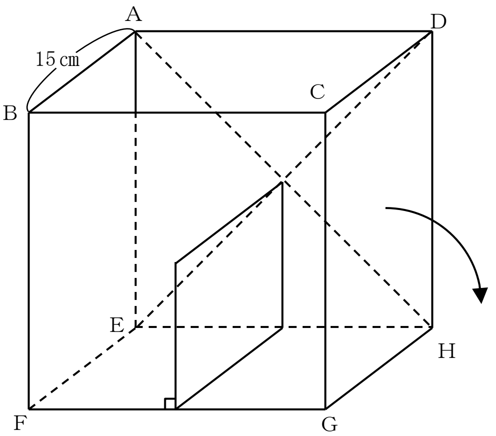
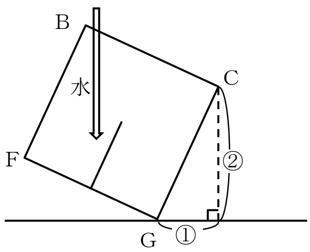
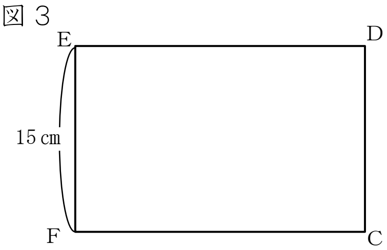


図２



（１）右の図３は，図２の状態の容器を真上から見たものです。
　この図に，辺ＡＢと辺ＧＨを書き込み，長さが
　わかる部分については長さを書き入れなさい。

図３



（２）水を入れ始めてから３秒後，真上から見える水面の面積は何cm^{2}になりますか。

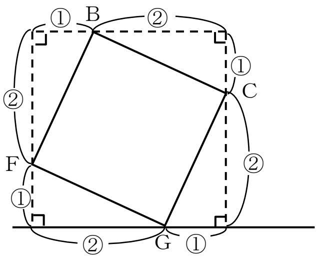
（２）真上から見える水面の面積が２０５cm^{2}になるのは，水を入れ始めてから何秒後ですか。

最難関問題

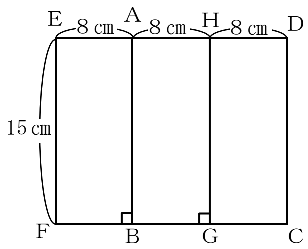
水面の見え方　（１）解説の図②参照　（２）１５０㎠　（３）$9\frac{1}{12}$秒後

（１）図２において，正方形ＢＦＧＣを囲む正方形をかきこむと，図①のようになります。２つの正方形の面積の比は，(③×③)：(③×③－①×②÷２×４）＝９：５ですから，比の５が３２０㎠にあたることから，比の９は３２０×$\frac{9}{5}$＝５７６(㎠)にあたります。５７６＝２４×２４より，③＝２４(㎝)，①＝２４÷３＝８（㎝）となるので，図②が真上から見た図となります。

図①



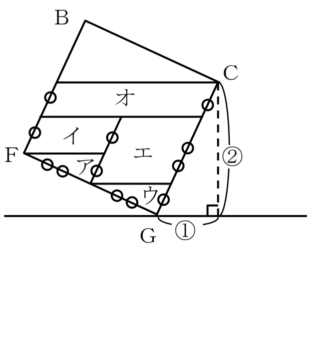
図②



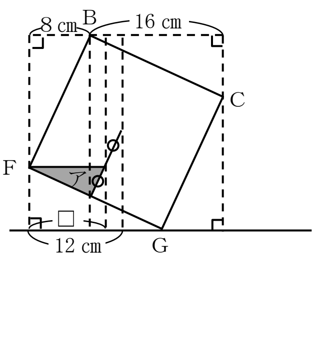
（２）水は図③のア～オの順に容器にたまっていきます。正方形ＢＦＧＣの１辺の長さを〇印４個分と考えると，各部分の長さは図③で示した通りになります。正方形ＢＦＧＣの面積を４×４＝１６とすると，アの部分は２×１÷２＝１ですから，正方形の面積の$\frac{1}{16}$倍となって，３２０×$\frac{1}{16}$＝２０（㎠），体積は２０×１５＝３００（㎤）となります。３００㎤はちょうど３秒で入る水の量にあたるので，３秒後に水はアの部分いっぱいにたまります。

真上から見える様子を図④において考えると，□の長さは８＋（１２－８）÷２＝１０(㎝)なので，真上から見える水面の面積は，１５×１０＝１５０（㎠）です。

図③



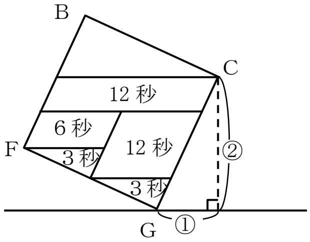
図④



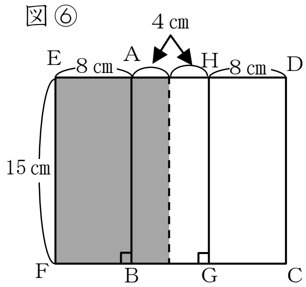
最難関問題

（３）（２）と同様に考えると，容器の各部分に水がたまるのに必要な時間は，図⑤のようになります。ここから順を追って考えていきます。イの部分が水でいっぱいになるのは，３＋６＝９（秒後）です。このときの水面は，図⑥の影をつけた部分になりますから，その面積は１５×（８＋４）＝１８０（㎠）です。

図⑤



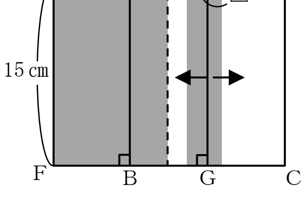
図⑥



次に水はウの部分にたまり始めます。このときの様子を真上から見ると，辺ＧＨから左右に水面が広がっていくので，図⑦のようになります。図⑦の状態で水面の面積が２０５㎠になるとすると，△の長さは２０５－１８０＝２５，２５÷１５＝$\frac{5}{3}$（㎝）です。図⑧のように，ウの部分の上の長さはアの部分と同じく１０㎝となるので，△の長さが$\frac{5}{3}$㎝となることは条件にあいます。

$\frac{5}{3}$：１０＝１：６より，このときウの部分にたまった水の量は，ウの部分の体積の，$\frac{1\times1}{6\times6}=\frac{1}{36}$（倍）なので，それにかかる時間は３×$\frac{1}{36}=\frac{1}{12}$（秒）ですから，真上から見える水面の面積が２０５㎠になるのは，水を入れ始めてから９＋$\frac{1}{12}$＝９$\frac{1}{12}$（秒後）です。

図⑦



図⑧