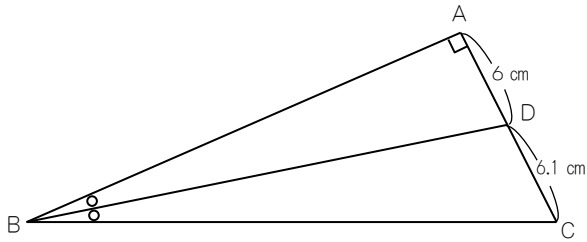


## 最難関問題

### 角の二等分と直角三角形

下の図の直角三角形  $ABC$  において、角  $B$  を二等分する直線と辺  $AC$  の交点を  $D$  とします。  $AD = 6 \text{ cm}$ 、 $CD = 6.1 \text{ cm}$  のとき、三角形  $ABC$  の面積を求めなさい。





## 最難関問題

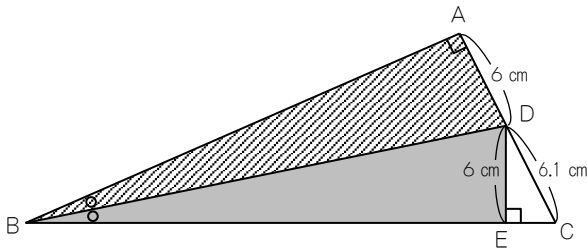
角の二等分と直角三角形  $399.3 \text{ cm}^2$

図①のように点Dから辺BCに垂直な線DEを引くと、三角形ABDと三角形EBDは合同な直角三角形となるので、 $DE = DA = 6 \text{ cm}$ です。よって、直角三角形CDEにおいて、 $CD : DE = 6.1 : 6 = 61 : 60$ です。三角形CDEは三角形ABCと相似であり、さらに図②のように頂点Aから辺BCに垂直な線AFを引くと、三角形ABF、ACFとも相似になり、これらの直角三角形において、長さが最も長い辺と2番目に長い辺の長さの比はすべて $61 : 60$ になります。よって、AFの長さは、

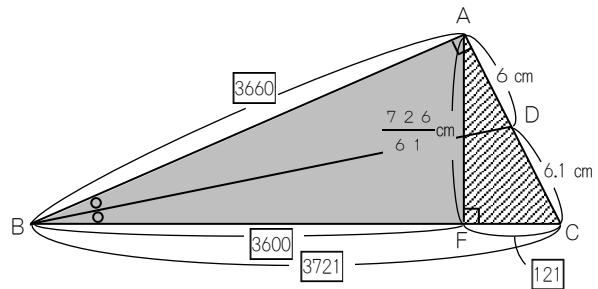
$(6 + 6.1) \times \frac{60}{61} = \frac{726}{61} \text{ (cm)}$  になります。また、次のように比をそろえることができます。

$$\begin{array}{r}
 BC \quad \quad BA \quad \quad BF \\
 61 \quad : \quad 60 \\
 \hline
 \quad \quad 61 \quad : \quad 60 \\
 3721 : 3660 : 3600
 \end{array}$$

図①



図②



よって、 $BF : FC = 3600 : 121$  となります。ここで、三角形ABFとACFが相似であることから、 $BF : AF = AF : FC = \square : \triangle$  とすると、

$$\begin{array}{r}
 BF \quad \quad AF \quad \quad FC \\
 \square \quad : \quad \triangle \\
 \hline
 \quad \quad \square \quad : \quad \triangle \\
 (\square \times \square) : (\square \times \triangle) : (\triangle \times \triangle)
 \end{array}$$

となるので、 $(\square \times \square) : (\triangle \times \triangle) = 3600 : 121$  より、 $\square : \triangle = 60 : 11$  です。AB : ACも

$60 : 11$  ですから、ABの長さは  $12.1 \times \frac{60}{11} = 66 \text{ (cm)}$  なので、三角形ABCの面積は、

$12.1 \times 66 \div 2 = 399.3 \text{ (cm}^2\text{)}$  です。