受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

水量と素因数分解

すべての辺の長さがセンチメートルの単位で整数である直方体や立方体の形をした容器に水を入れます。容器の厚さは考えません。以下の問いに答えなさい。なお，図は正確ではありません。

（１）図１の容器に６７２㎤の水を何回か入れたところ，容器はちょうどいっぱいになりました。また，図２の容器に８１０㎤の水を何回か入れたところ，容器はちょうどいっぱいになりました。○にあてはまる最も小さい整数を答えなさい。

図１

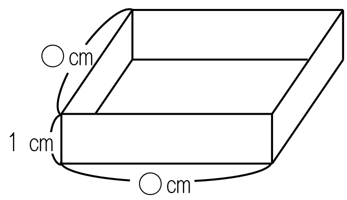
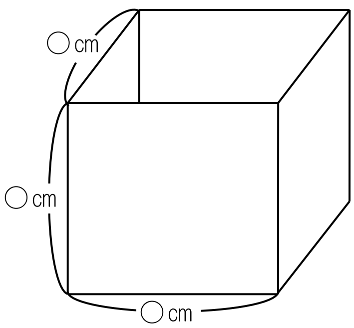


図２



（２）図３の容器に４８０㎤の水を何回か入れたところ容器はちょうどいっぱいになり，図４の容器に２９４㎤の水を何回か入れたところ容器はちょうどいっぱいになり， 図５の容器に３２４㎤の水を何回か入れたところ容器はちょうどいっぱいになりました。また，図６の容器に，２７５㎤の水を何回か入れたところ容器はちょうどいっぱいになり，４０５㎤の水を何回か入れても容器はちょうどいっぱいになりました。図６の容器の容積が最も小さいときの△と□にあてはまる整数を答えなさい。

図３

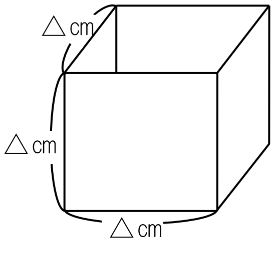


図４

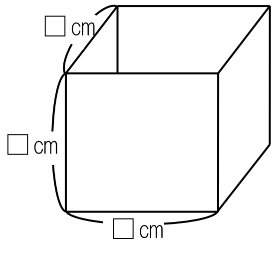


図５

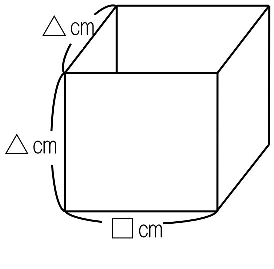
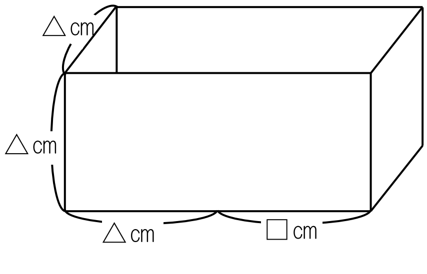


図６



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

水量と素因数分解　（１）２５２０　（２）△＝１８０，□＝８４

（１）素因数分解すると，６７２＝２×２×２×２×２×３×７となるので，○×○は６７２の倍数となることから，○は２×２×２×３×７の倍数です。同様にして，○×○×○は８１０＝２×３×３×３×３×５の倍数なので，○は２×３×３×５の倍数です。両方の条件をあわせると，○は最小で２×２×２×３×３×５×７＝２５２０です。

（２）△×△×△は４８０＝２×２×２×２×２×３×５の倍数なので，△は２×２×３×５＝６０の倍数です。□×□×□は２９４＝２×３×７×７の倍数なので，□は２×３×７＝４２の倍数です。

　△×△×□は３２４＝２×２×３×３×３×３の倍数ですが，６０×６０×４２では素因数として３が３個しか含まれないので，△か□のどちらかに素因数として３がもう１個含まれることになります。よって，△が６０×３＝１８０の倍数で□が４２の倍数であるか，△が６０の倍数で□が４２×３＝１２６の倍数であるかのいずれかです。

　△×△×（△＋□）が４０５＝３×３×３×３×５の倍数になるという条件から，△か（△＋□）が９の倍数になる必要があります。△が１８０の倍数で□が４２の倍数は，△が９の倍数になっています。また，△が６０の倍数で□が１２６の倍数の場合，□が９の倍数なので，（△＋□）が９の倍数になるためには△が９の倍数，つまりは１８０の倍数になるしかありません。よって，ここまでのところでは，△が１８０の倍数で□が４２の倍数であるという条件に絞られます。

　最後に，△×△×（△＋□）が２７５＝５×５×１１の倍数になるという条件から，△か（△＋□）が１１の倍数になる必要があります。△が１１の倍数になる場合，△は１８０×１１＝１９８０となります。（△＋□）が１１の倍数になるような組み合わせは色々とありますが，図６の容器の体積が最小であるという条件を考えると，△＝１８０で□＝４２×２＝８４の場合に，１８０＋８４＝２６４となって条件を満たします。これは△が１９８０となる場合よりも明らかに体積が小さくなるので，△＝１８０，□＝８４です。