

最難関問題

正四面体・八面体の糊付け

図1の1辺1cmの正四面体と正八面体の積み木をすき間なく貼りあわせて、図2の1辺3cmの正四面体A B C Dを組み立てます。

図1

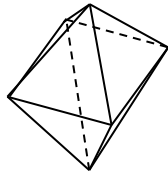
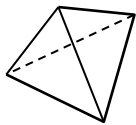
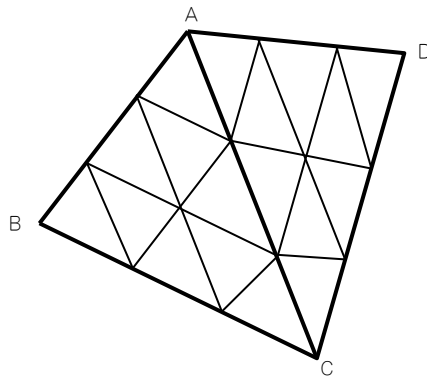
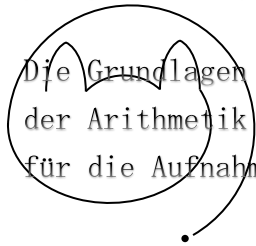


図2



- (1) 正四面体の積み木と正八面体の積み木は、それぞれ何個使いますか。
- (2) 積み木の1面と1面を貼り合わせることを「1か所貼り合わせる」と言うことにします。組み立てた正四面体A B C Dを、持ち上げたり向きを変えたりしてもバラバラにならないようにするためには、
 - (ア) 最も多くて何か所を貼り合わせればよいですか。
 - (イ) 最も少なくて何か所を貼り合わせればよいですか。
- (3) (2)の(イ)のような貼り合わせる箇所の組みあわせは、全部で何通りありますか。



最難関問題

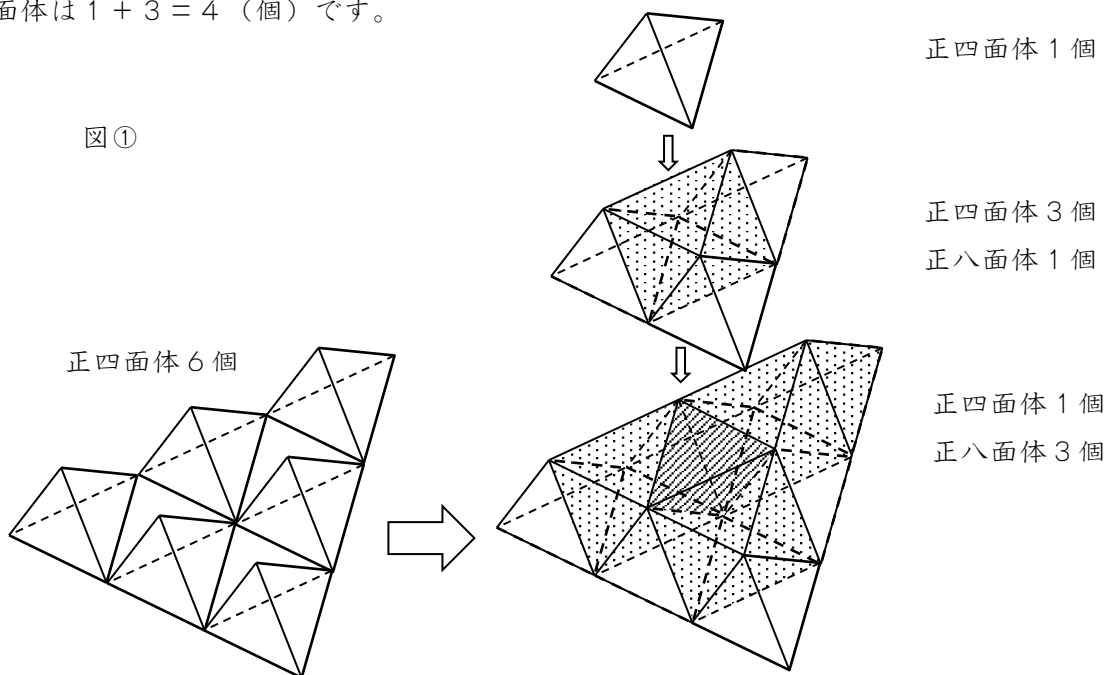
正四面体・正八面体の糊付け

(1) 正四面体… 11個, 正八面体… 4個 (2) (ア) 20か所 (イ) 13か所 (3) 72通り

(1) 図①のようになるので,

正四面体は $1 + 3 + 1 + 6 = 11$ (個),

正八面体は $1 + 3 = 4$ (個) です。



(2) 積み木の面の数は, $4 \times 11 + 8 \times 4 = 76$ (面) あり, 正四面体 $A B C D$ の表面に並ぶ面は, $9 \times 4 = 36$ (面) あるので, $76 - 36 = 40$ (面) が他の面と接します。

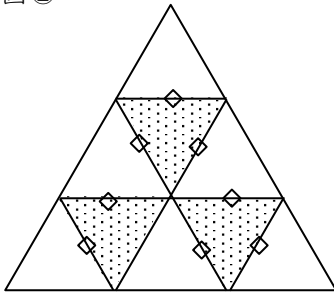
(ア) $40 \div 2 = 20$ (か所) です。

最難関問題

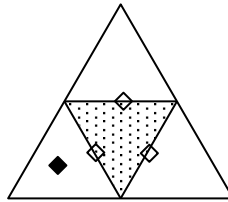
(イ) 図②は下の段，図③は真ん中の段，図④は上の段の底面を表した図で，あみがけの三角形は正八面体の面にあたります。◇はとなりあう面を貼り合わせる箇所を示し，◆は下の段の面と貼り合わせる箇所を示します。この図では，図①で斜線で表している下向きの正四面体のみ表すことができませんが，この正四面体は立体の内部に入っているので，貼り合わせる必要はありませんし，貼り合わせることで貼り合わせ箇所が最少となるパターンを作ることもできません。

図②～④は最少となる一例で，◇と◆の数を数えて，13か所です。

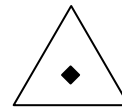
図②



図③

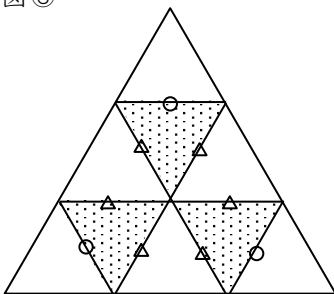


図④

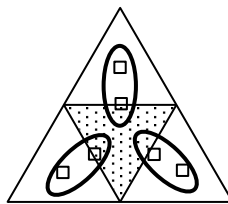


(3) 図⑤～⑦の○の4か所は必ず貼り合わせなければなりません。また，△をつけた6か所のうちの5か所を張り合わせる必要があります。さらに，□をつけた6か所については，太線で囲んだ3つ部分のうちの1つは2か所，残り2つは1か所ずつで，あわせて4か所を貼り合わせる必要がありますので， $3 \times 2 \times 2 = 12$ (通り) です。よって， $1 \times 6 \times 12 = 72$ (通り) です。

図⑤



図⑥



図⑦

