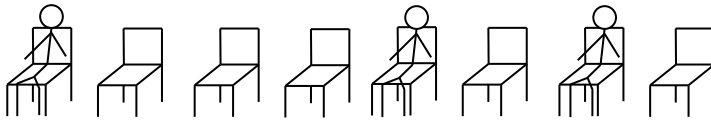


最難関問題

間を空けた椅子の選び方

^{いす}椅子が横一列に何脚か並んでいます。椅子に座る際は、^{さい}隣りに^{とな}人が座らないようにします。下の図では、8脚の椅子に3人が座っています。3人は、左から1, 5, 7番目の椅子に座っています。このように、人が座る椅子の選び方について、以下の問いに答えなさい。



- (1) 10脚の椅子に4人が座る椅子の選び方は何通りありますか。
- (2) 何脚かの椅子に4人が座る椅子の選び方は4845通りありました。椅子は何脚並んでいますか。
- (3) 19脚の椅子に何人かが座る椅子の選び方は3003通りありました。何人の人が座りますか。

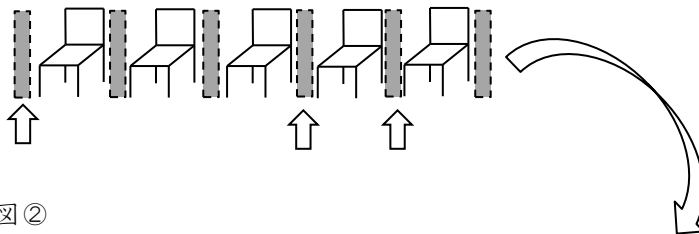
最難関問題

間を空けた椅子の選び方 (1) 3 5 通り (2) 2 3 脚 (3) 6 人

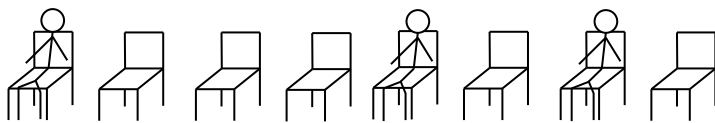
(1) 解説略

(2) 問題文にある, 8 脚の椅子に 3 人が座る場合について考えてみます。8 脚の椅子のうち,
 $8 - 3 = 5$ (脚) の椅子には人が座りません。そこで, まず図①のように人が座らない 5 脚の椅子を並べ,
 両端および椅子と椅子の間の 6 か所から 3 か所を選んで, 人が座る椅子をさしこむことを考えます。

図①



図②



よって, 図①の場合は人が座る椅子の選び方は $6 \text{ C } 3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ (通り) です。また, (1) の場合は人が座らない椅子が $10 - 4 = 6$ (脚) あるので,

$$(6 + 1) \text{ C } 4 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35 \text{ (通り) と求めることができます。}$$

$$(n + 1) \text{ C } 4 = \frac{\boxed{}}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 4845 \text{ の場合, } 4845 = 3 \times 5 \times 17 \times 19 \text{ なので,}$$

$3 \times 5 \times 17 \times 19 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ を 4 個の連続する整数の積の形に直すと,
 $20 \times 19 \times 18 \times 17$ となるので, $n + 1 = 20$ です。空席は $n = 19$ (脚), 椅子はぜんぶで,
 $4 + 19 = 23$ (脚) です。

最難関問題

(3) $(n+1)C_r = 3003$ で、 $n+r=19$ です。よって、 $19C_1$ 、 $18C_2$ 、 $17C_3$ 、…のうちで3003となるものを探せばよい、という事になります。素因数分解をすると、
 $3003 = 3 \times 7 \times 11 \times 13$ なので、 $(n+1)C_r$ を計算する際分子に13や11が現れる必要があります。その可能性があるのは、

$$13C_7 = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1},$$

$$14C_6 = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1},$$

$$15C_5 = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}, \text{ の3つです。}$$

このうちで3003になるのは14C6の場合なので、6人です。