受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

三角数列と倍数列

２つの整数の列ＡとＢがあります。

Ａ：１，３，６，１０，１５，２１，２８，３６，…
Ｂ：７，１４，２１，２８，３５，４２，４９，５６，…

２１は数列ＡとＢの両方に現れる１番目の数，２８は２番目の数です。

（１）数列ＡとＢの両方に現れる３，４，５，６番目の数を答えなさい。

（２）数列Ａの△番目と，数列Ｂの（△×５０）番目の両方に現れる整数をすべて答えなさい。

最難関問題

三角数列と倍数列　（1）91，105，210，231　（2）244650

（１）数列Ａは１から順に整数を加えていくことでできる，「三角数」の列です。□番目の三角数は，
（１＋□）×□÷２によって求めることができます。また，数列Ｂは７の倍数なので，
（１＋□）×□÷２が７の倍数なら，１＋□か□が７の倍数です。よって，□にあてはまる数は，
順に６，７，１３，１４，２０，２１，…となります。数列ＡとＢの両方に現れる３番目の数は，
（１＋１３）×１３÷２＝９１，４番目の数は（１＋１４）×１４÷２＝１０５，
５番目の数は，(１＋２０）×２０÷２＝２１０，６番目の数は，(１＋２１）×２１÷２＝２３１です。

（２）７×□－１番目の三角数と，７×□番目の三角数に分けて考えます。

７×□－１番目の三角数

（１＋７×□－１）×（７×□－１）÷２＝７×□×（７×□－１）÷２となるので，
７×□－１番目の三角数は，７×□×（７×□－１）÷２÷７＝□×（７×□－１）÷２（番目）の
７の倍数です。７×□－１：□×（７×□－１）÷２＝１：□÷２＝２：□となるので，
１：５０＝２：１００より，□＝１００です。７×□－１＝６９９なので，
（１＋６９９）×６９９÷２＝２４４６５０です。

７×□番目の三角数

（１＋７×□）×（７×□）÷２より，７×□番目の三角数は，
（１＋７×□）×（７×□）÷２÷７＝（１＋７×□）×□÷２（番目）の７の倍数です。
７×□：(１＋７×□）×□÷２＝７：(１＋７×□）÷２＝１４：(１＋７×□）となって，
１：５０＝１４：７００より，□にあてはまる整数はありません。

以上より，答えは２４４６５０のみとなります。