受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

３辺が整数比の直角三角形・２

図１の直角三角形ＡＢＣは，辺ＡＢ上の点Ｄ，Ｅおよび辺ＢＣ上の点Ｆ，Ｇについて，
ＢＦ＝ＦＧ＝０.５㎝，ＡＧ＝１㎝で，ＥＦと辺ＢＣ，ＧＤと辺ＡＢは垂直に交わります。

図１

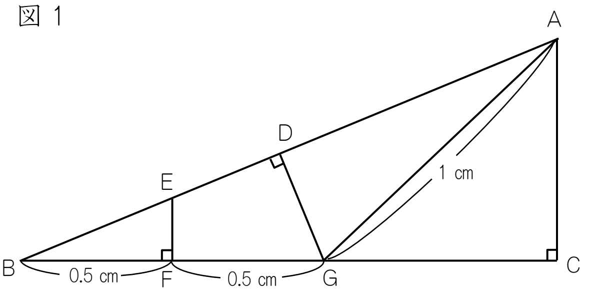
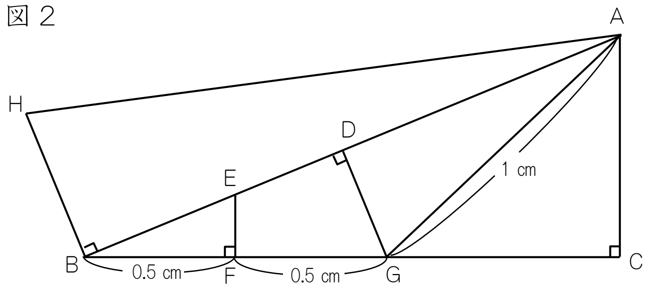


図２



（１）ＢＥの長さが０.６㎝のとき，ＢＤの長さは何㎝ですか。

（２）ＥＦの長さが０.２５㎝のとき，①，②に答えなさい。

①　ＢＨ＝ＢＥとなる図２の直角三角形ＡＢＨの面積は何㎝^2ですか。

②　直角三角形ＡＧＣの３辺の長さの比を答えなさい。答えるときは，３：１：２ではなくて１：２：３のように，小さい順に答えなさい。

（３）直角三角形の３辺の長さの比として考えられる整数比を，２つ答えなさい。
ただし，３：４：５，５：１２：１３，８：１５：１７は除きます。また，答えるときは，３：１：２ではなくて１：２：３のように，小さい順に答えなさい。

最難関問題

３辺が整数比の直角三角形・２

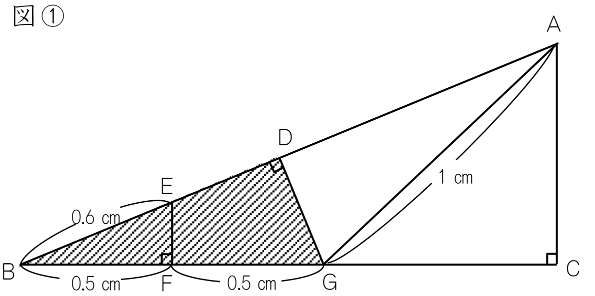
（１）$\frac{5}{6}$㎝　（２）①　０.５㎠　②　３：４：５　（３）解説参照

この問題の解法に基づいて整数比を計算できるエクセルシートを作りました。
ダウンロードしてご利用いただけます。エクセルのほうでは数値が扱いやすいものになるように数式を少々変更しています。

（１）図①において，直角三角形ＢＥＦとＢＧＤは相似形なので，０.６：０.５＝１：ＢＤより，

　ＢＤ＝０.５×１÷０.６＝$\frac{5}{6}$（㎝）です。

図①



（２）

①　図①の直角三角形ＢＥＦとＢＧＤの相似より，ＢＥ：０.５＝１：ＢＤなので，
　ＢＥ×ＢＤ＝０.５×１＝０.５です。よって，ＢＥ×ＢＡ＝０.５×２＝１です。ＢＨ＝ＢＥであることから，三角形ＡＢＨの面積は，１÷２＝０.５（$㎝^2$）です。
　つまり，三角形ＡＢＨの面積はＥＦの長さによらずにきまります。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

② 図②の三角形ＢＥＨは直角二等辺三角形です。辺ＣＢの延長線に点Ｈから垂直な線ＨＩをひくと，三角形ＢＦＥと三角形ＨＩＢは合同となるので，三角形ＢＥＨの面積は，

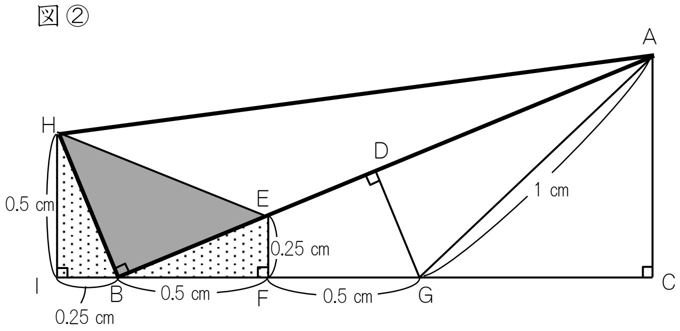
$(0.25+0.5)\times 0.75\times\frac{1}{2}-0.25\times 0.5\times\frac{1}{2}\times 2=\frac{5}{32}$（$cm^2$）です。

三角形ＢＥＨと三角形ＡＢＨの面積の比は，$\frac{5}{32}:\frac{1}{2}=5:16$なので，ＢＥ：ＢＡ＝５：１６です。

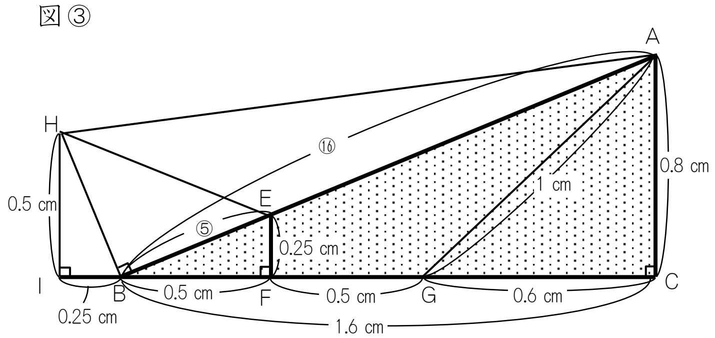
よって，図③の直角三角形ＢＥＦとＢＡＣの相似比は５：１６となり，

辺ＡＣの長さは$0.25\times\frac{16}{5}=0.8$（㎝），ＧＣの長さは$0.5\times\frac{16}{5}-1=0.6$（㎝）です。直角三角形ＡＧＣの３辺の長さの比は，０.６：０.８：１＝３：４：５です。

図②



図③



（３）ＥＦの長さが０.５㎝未満であれば，（２）と同様の方法で直角三角形ＡＧＣの辺ＡＣとＧＣの長さを求めることができるので，直角三角形の３辺の長さの比として考えられる整数比がきまります。こうして，直角三角形の３辺の長さの整数比をいくらでも求めることができます。例えば，右のようになります。

ＥＦ（㎝）	３辺の長さの比		
0.05	101	20	99
0.1	13	5	12
0.15	109	60	91
0.2	29	20	21
0.25	5	4	3
0.3	17	15	8
0.35	149	140	51
0.4	41	40	9
0.45	181	180	19