受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

天秤とＮ進法

図１のような，支点と皿の間の長さが等しい天秤があり，ウの皿に重さを量りたいものを置き，分銅をア，イ，ウの皿に置きます。例えば，図２や図３では３ｇの重さを量ることができます。

図１

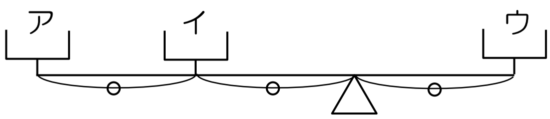
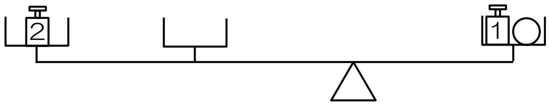


図２

図３



以下，整数□について，ｇ（グラム）の単位で１以上□以下の整数の重さをすべて量ることができる場合に，「□ｇまでを空（あ）きなく量ることができる」ということにします。

（１）１ｇと２ｇの分銅が１個ずつあると，何ｇまでを空きなく量ることができますか。

（２）１ｇと $\boxed{\text{あ}}$ ｇの分銅が１個ずつあると，$\boxed{\text{い}}$ ｇまでを空きなく量ることができます。$\boxed{\text{あ}}$ にあてはまる最も大きい整数と，そのとき $\boxed{\text{い}}$ にあてはまる数を答えなさい。

（３）１ｇと $\boxed{\text{あ}}$ ｇと $\boxed{\text{う}}$ ｇの分銅が１個ずつあると，$\boxed{\text{え}}$ ｇまでを空きなく量ることができます。$\boxed{\text{あ}}$ には（１）で答えた整数が入ります。$\boxed{\text{う}}$ にあてはまる最も大きい整数と，そのとき $\boxed{\text{え}}$ にあてはまる数を答えなさい。

（４）１ｇから２７３０ｇまでを空きなく，最も少ない個数の分銅で量るには，どのような分銅の組みあわせがよいですか。

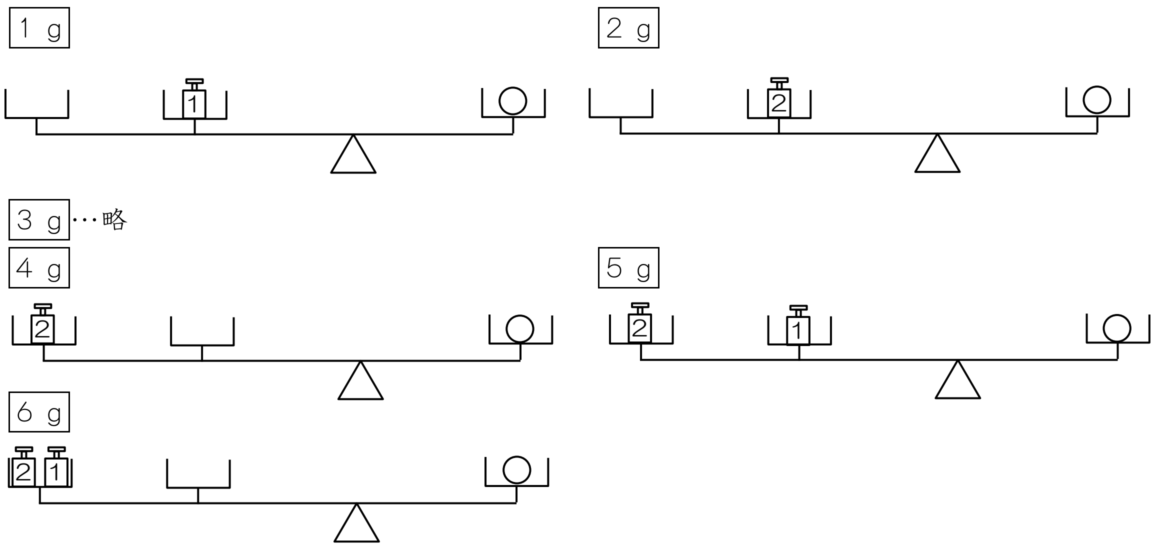
最難関問題

天秤とＮ進法

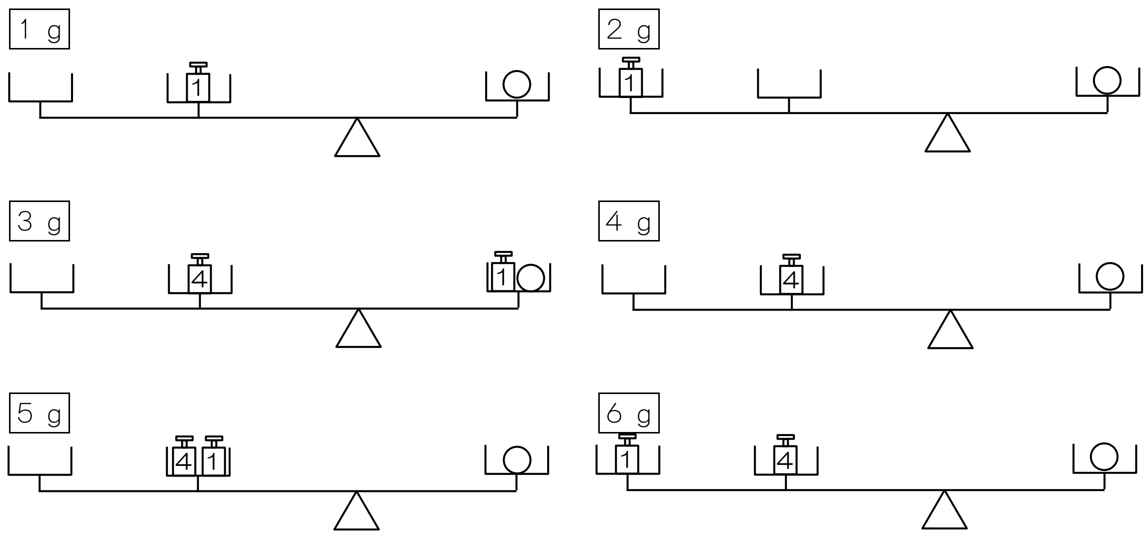
（１）６ｇ　（２）あ…４，い…１０　（３）う…１６，え…４２

（４）１ｇ，４ｇ，１６ｇ，６４ｇ，２５６ｇ，１０２４ｇの６個

（１）次のようにして，１ｇから６ｇまでを空きなく量ることができます(分銅の置き方は他にもあります)。

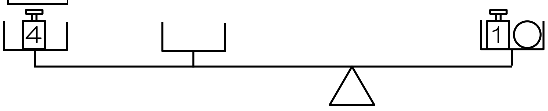


（２）次のように，１ｇと４ｇの分銅の場合，１０ｇまでを空きなく量ることができます。

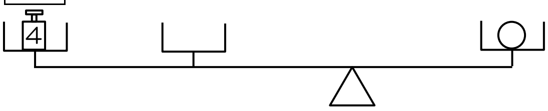


最難関問題

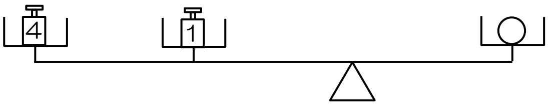
７ｇ



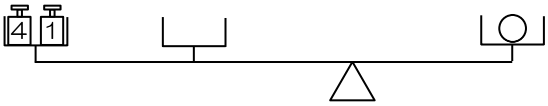
８ｇ



９ｇ



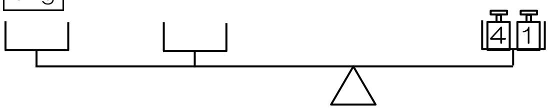
１０ｇ



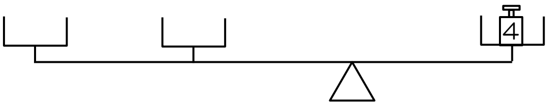
　１ｇと５ｇの場合は，どうやっても３ｇができません。同様に，５以上の整数□については，１ｇと□ｇの分銅の場合に（□－２）ｇができないので，１ｇと４ｇのときに１０ｇまで空きなく量るのが最大です。

（３）４ｇの次の分銅が１１ｇであれば，空きはできません。しかし，１２ｇの分銅であってもウの皿に１ｇの分銅を置けば１１ｇを量ることができます。よって，１ｇと４ｇの分銅を利用して，$\boxed{\text{う}}$ｇの分銅から何ｇまで引き算をできるかを考えると，以下のように５ｇ～１ｇまで引き算ができます。

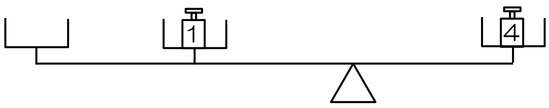
５ｇ



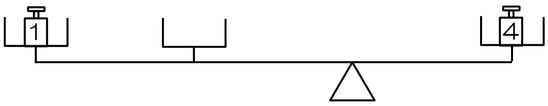
４ｇ



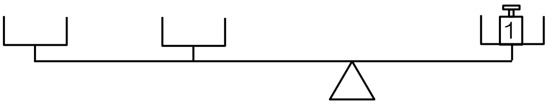
３ｇ



２ｇ



１ｇ



　よって，$\boxed{\text{う}}$＝１１＋５＝１６です。では，１６ｇの分銅を加えることで，何ｇまで空きなく量ることができるでしょうか。ここまででわかっていることは，１ｇと４ｇの分銅によって，１～１０までのたし算と５～１までの引き算ができるということです。よって，１６＋１～１６＋１０で２６ｇまで，３２－５～３２－１で２７ｇから３２ｇまで，３２＋１～３２＋１０で３３ｇから４２ｇまでを空きなく量ることができます。

最難関問題

（４）１ｇ，４ｇ，１６ｇの分銅によって何ｇまでの引き算ができるかを考えると，１６ｇの分銅をウの皿において（２）の１ｇ～１０ｇのたし算をすることで６ｇ～１５ｇまで，（３）の１ｇ～５ｇの引き算をすることで１７～２１ｇまでの引き算ができます。よって，４３＋２１＝６４（ｇ）が次の分銅となります。

　このように，１，４，１６，６４と，毎回４倍の重さの分銅を加えていくことで，最も少ない分銅で空きなく重さを量ることができます。２７３０÷２＝１３６５，
１３６５＝１＋４＋１６＋６４＋２５６＋１０２４より，
１ｇ，４ｇ，１６ｇ，６４ｇ，２５６ｇ，１０２４ｇの６個が最も少ない個数となります。