受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

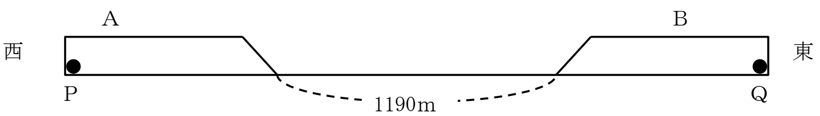
最難関問題

列車の中のボール

長さが８４ｍの２台の試運転列車（試運転として運行する列車）Ａ，Ｂがあり，列車Ａは西から東へ，列車Ｂは東から西へ，どちらも秒速５ｍで進んでいます。列車Ａの中にはボールＰが，列車Ｂの中にはボールＢがあり，どちらも一定の速さで列車の最後部と最前部の間を何度も往復しています。このとき，次の問いに答えなさい。なお，ボールの大きさは考えません。

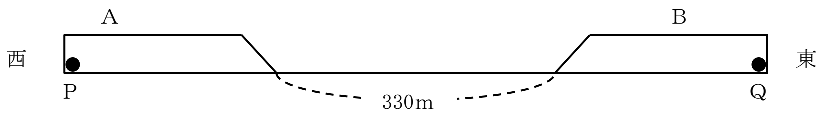
（１）図１のように，あるときＡ，Ｂの最前部が１１９０ｍ離れており，ボールＰとＱはちょうど最後部にありました。２つのボールはどちらも秒速２ｍの速さで動きます。ボールＰとＱがすれ違うのは，何分何秒後ですか。

図１



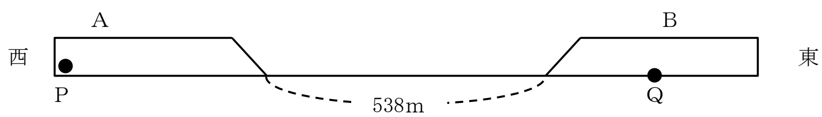
（２）図２のように，あるときＡ，Ｂの最前部が３３０ｍ離れており，ボールＰとＱはちょうど最後部にありました。２つのボールはどちらも秒速７ｍの速さで動きます。ボールＰとＱがすれ違うのは，何秒後ですか。あてはまるものをすべて答えなさい。

図２



（３）図３のように，あるときＡ，Ｂの最前部が５３８ｍ離れており，ボールＰは列車の最後尾にあり，Ｑは列車のちょうど真ん中から西に向かうところでした。２つのボールはどちらも秒速７ｍの速さで動きます。ボールＰとＱがすれ違うのは，何分何秒後ですか。あてはまるものをすべて答えなさい。

図３

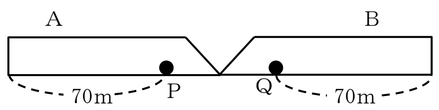


最難関問題

列車の中のボール　（１）２分１秒後　（２）３４.７秒後，４３.５秒後，４８.７５秒後
（３）５８秒後，１分５秒後，１分６.４秒後

（１）列車ＡとＢの最前部がすれちがうのは，１１９０÷（５×２）＝１１９（秒後）です。１１９秒間でボールは２×１１９＝２３８（ｍ）すすむので，２３８÷８４＝２余り７０より，図４のように，列車の最後部から７０ｍのところにあり，それぞれ列車の進行方向と同じ向きに進みます。ここから，Ｐは毎秒２＋５＝７（ｍ）東に，Ｑは毎秒７ｍで西に向かうため，（８４－７０）×２÷（７×２）＝２（秒後）にすれ違います。１１９＋２＝１２１より，２分１秒後です。

図４



また，ＰとＱはそれぞれ図４の状態から１４÷２＝７（秒後）列車の最前部に着くと動く向きを変えますが，５－２＝３より，動きを変えてもＰは毎秒３ｍの速さで西に，Ｑは東に向かうため，再びすれ違うことはありません。

最難関問題

（２）列車ＡとＢの最前部がすれ違うのは，３３０÷（５×２）＝３３（秒後）です。ボールは１６８÷７＝２４（秒間）で列車を往復しますから，３３秒後には図５のように，７×（３３－２４）＝６３（ｍ）最後部から進んだところにあります。ここから，列車とボールの動きを丁寧に順を追ってみていってもよいのですが（そして，そのようにして正解できるということは大切なことです），今回は旅人算の基本テクニックである，一方を静止させて考えるという方法を応用してみましょう。

　ボールＰから見ると，ボールＱは最初の１２秒間は（７＋５）×２＝２４より，毎秒２４ｍの速さで西に進み，次の１２秒間は（７－５）×２＝４より，毎秒４ｍの速さで東に進みます。よって，２４秒間の動きは，図６のように見えます。

図５

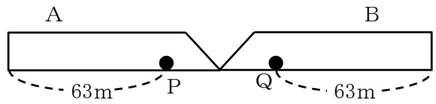
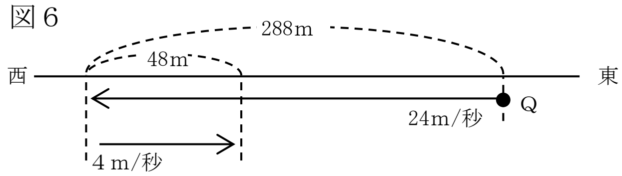
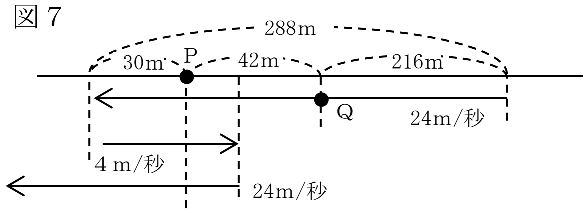


図６



　３３÷２４＝１余り９より，図５の状態は，２４秒の周期のうちの９秒がたっていますから，図７のように点Ｑは２４×９＝２１６（ｍ）進んでいます。そして，Ｑから（８４－６３）×２＝４２（ｍ）西にＰはあります。

図７



　よって，ＰとＱは３回すれ違います。１回目は，４２÷２４＝1.75より，３３＋1.75＝３４.75（秒後）です。２回目は，７２÷２４＋３０÷４＝１０.5より，３３＋１０.5＝４３.5（秒後）です。３回目は，７２÷２４＋４８÷４＋１８÷２４＝１５.75より，３３＋１５.75＝４８.75（秒後）です。

最難関問題

（３）（２）同様にＰから見たＱの動きをまとめると，図８のようになります。

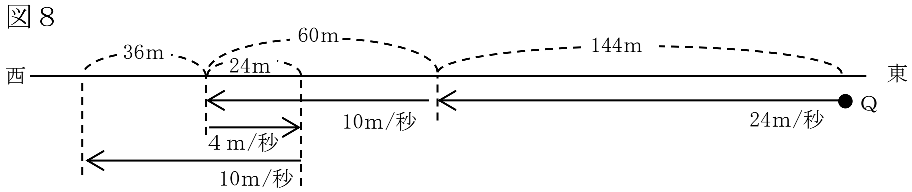
・０～６秒後は，（７＋５）×２＝２４より，毎秒２４ｍの速さで西に進みます。

・６～１２秒後は，Ｐは東に毎秒１２ｍで進み，Ｑは毎秒７－５＝２（ｍ）で東に進むので，西に毎秒１２－２＝１０（ｍ）の速さで進みます。

・１２～１８秒後は，Ｐは西に毎秒７－５＝２（ｍ）で進み，Ｑは東に毎秒７－５＝２（ｍ）で進むので，東に毎秒２＋２＝４（ｍ）の速さで進みます。

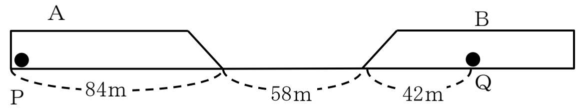
・１８～２４秒後は，Ｐは西に毎秒７－５＝２（ｍ）で進み，Ｑは毎秒７＋５＝１２（ｍ）で西に進むので，西に毎秒１２－２＝１０（ｍ）の速さで進みます。

図８



５３８÷１０＝５３.８（秒後）に２台の列車の最前部はすれ違いますから，２４×２＝４８秒後から考えましょう。４８秒後，２台の列車は５３８－１０×４８＝５８（ｍ）離れていて，Ｐ，Ｑは図３と同じ位置にありますから，図９のようになります。

図９



Ｐ，Ｑは図９において８４＋５８＋４２＝１８４（ｍ）離れているので，図８にＰの位置を書き込むと，図１０のようになります。

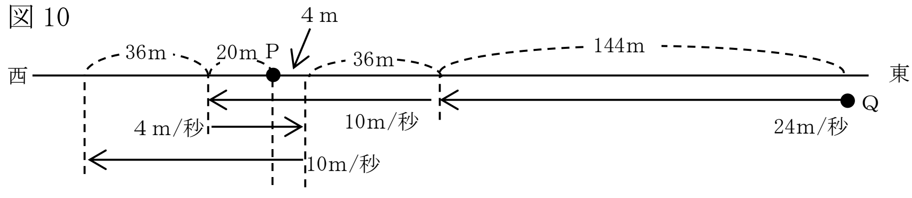


図１０より，３回すれ違うことがわかります。

・１回目…図１０の状態から，６＋（３６＋４）÷１０＝１０（秒後）。よって，４８＋１０＝５８（秒後）

・２回目…図１０の状態から，６×２＋２０÷４＝１７（秒後）。よって，４８＋１７＝６５より，１分５秒後

・３回目…図１０の状態から，６×３＋４÷１０＝１８.４（秒後）。よって，４８＋１８.４＝６６.４より，１分６.４秒後