受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

Ｎ進法と多角数

１４は，５進法では５×１＋１×４＝９，６進法では６×１＋１×４＝１０を表し，７進法では１１を，８進法では１２を，９進法では１３を表します。
このことを，［１４］$_{5}$＝９，［１４］$_{6}$＝１０，…，［１４］$_{9}$＝１３と表します。また，１４は４進法以下ではありえないので，［１４］$_{2}$，［１４］$_{3}$，［１４］$_{4}$は考えません。このとき，９，１０，１１，１２，１３という，１４が９進法までで表す数を順に並べたものを，１４のＮ数列と呼ぶことにします。
（１）２００と２２２のＮ数列をそれぞれ書きなさい。

下の図１のきまりにしたがって並ぶご石の数を，三角数といいます。１番目の三角数は１，２番目の三角数は３，３番目の三角数は６です。図２は四角数，図３は五角数を表しており，それぞれ三角数のように並べかえると，四角数は上の段と下の段のご石の個数の差が２，五角数は３になります。同様にして，六角数では差が４，七角数では５，…，Ｍ角数ではＭ－２になります。

図１

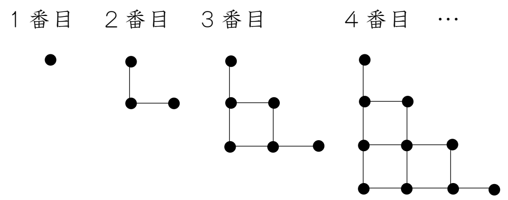


図２

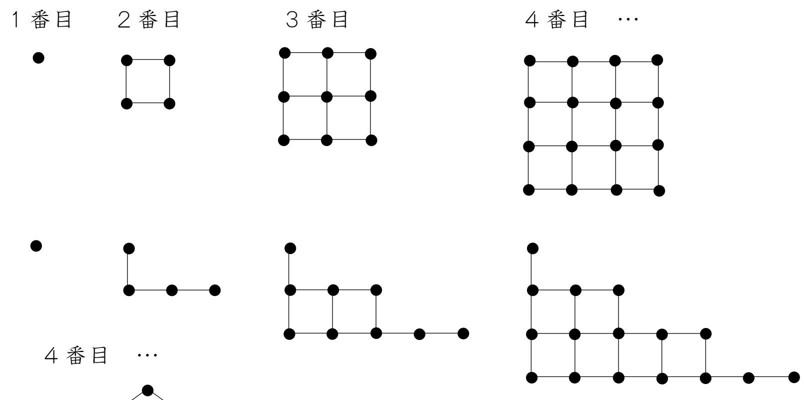
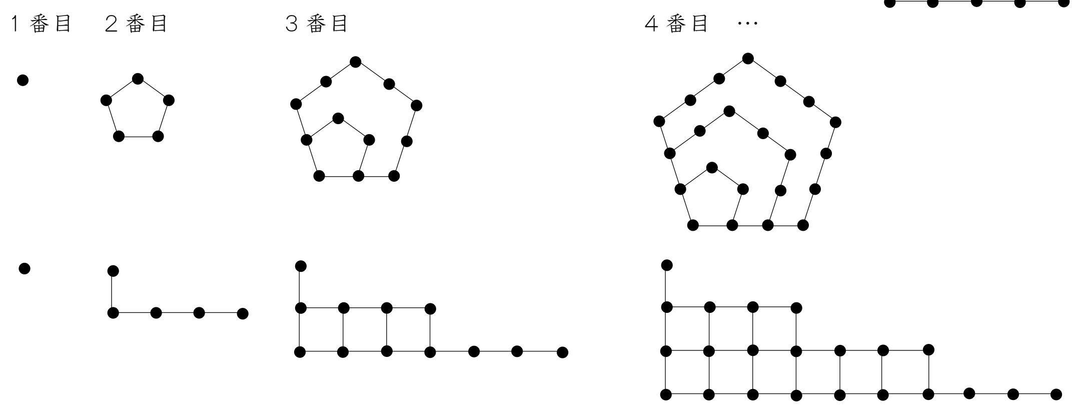


図３



（問題は次のページに続きます）

最難関問題

（２）３けたの整数３□△のＮ数列が，八角数の列の一部分と完全に一致しました。３けたの整数３□△を求めなさい。

（３）３けたの整数ＡのＮ数列が，十二角数の列の一部分と完全に一致しました。３けたの整数Ａを求めなさい。

最難関問題

Ｎ進法と多角数

（１）２００…１８，３２，５０，７２，９８，１２８，１６２

　　２２２…２６，４２，６２，８６，１１４，１４６，１８２

（２）３４１　（３）５６１

（１）２００は３進法以上の数の表記として考えられます。

［２００］$_{3}$＝９×２＝１８，

［２００］$_{4}$＝１６×２＝３２，

［２００］$_{5}$＝２５×２＝５０，

［２００］$_{6}$＝７２，［２００］$_{7}$＝９８，［２００］$_{8}$＝１２８，［２００］$_{9}$＝１６２となるので，

１８，３２，５０，７２，９８，１２８，１６２です。

　２２２も３進法以上の数の表記として考えられます。

［２２２］$_{3}$＝９×２＋３×２＋１×２＝２６，

［２２２］$_{4}$＝１６×２＋４×２＋１×２＝４２，

［２２２］$_{5}$＝２５×２＋５×２＋１×２＝６２，

［２２２］$_{6}$＝８６，［２２２］$_{7}$＝１１４，［２２２］$_{8}$＝１４６，［２２２］$_{9}$＝１８２となるので，

２６，４２，６２，８６，１１４，１４６，１８２です。

（２）（１）で求めた２００のＮ数列は１８，３２，５０，７２，９８，１２８，１６２で，

差が１４，１８，２２，２６，３０，３４という公差４の等差数列になっている階差数列です。さらに，

［２００］$_{10}$＝２００で，２００－１６２＝３８なので，１０進法から先を考えても同様になります。

２２２のＮ数列の最後に２２２を加えた場合も同様で，

２６，４２，６２，８６，１１４，１４６，１８２，２２２の差が

１６，２０，２４，２８，３２，３６，４０という公差が４の等差数列になる，階差数列です。

というのも，

［２００］$_{4}$－［２００］$_{3}$＝（１６－９）×２＝７×２，

［２００］$_{5}$－［２００］$_{4}$＝（２５－１６）×２＝９×２，となって，その差は（９－７）×２，

［２２２］$_{4}$－［２２２］$_{3}$＝（１６－９）×２＋（４－３）×２＝７×２＋１×２，

［２２２］$_{5}$－［２２２］$_{4}$＝（２５－１６）×２＋（５－４）×２＝９×２＋１×２，となって，その差はやはり（９－７）×２だからです。６進法以降も同様で，

２５，３６，４９，６４，８１，１００においてとなりあう平方数の差は１１，１３，１５，１７，１９という奇数の列になり，となりあう奇数の差は２なので，Ｎ数列の差の等差数列の公差は２×２＝４となります。

最難関問題

同様にして，３けたの整数３□△のＮ数列は階差数列で，差の等差数列の公差は２×３＝６となります。上で述べたように，Ｎ数列の最後に［３□△］$_{10}$＝３□△を付け加えても，それは変わりません。八角数を並べると，差の等差数列の公差が８－２＝６の階差数列になるので，２つの数列は一致する可能性があります。

八角数を順に求めていくと，１，８，２１，４０，６５，９６，１３３，１７６，２２５，２８０，３４１，４０８，…，となります。よって，３４１＝３□△の場合を考えます。

［３４１］$_{10}$＝３４１，［３４１］$_{9}$＝８１×３＋９×４＋１＝２８０となるので，３４１のＮ数列は八角数の列の一部分と完全に一致します。

（３）十二角数を並べた階差数列では，差の等差数列の公差は１２－２＝１０です。１０÷２＝５より，３けたの整数Ａは５□△という形です。十二角数を順に求めていくと，
１，１２，３３，６４，１０５，１５６，２１７，２８８，３６９，４６０，５６１，６７２，…，となるので，５６１＝５□△の場合を考えます。

［５６１］$_{10}$＝５６１，［５６１］$_{9}$＝８１×５＋９×６＋１＝４６０となるので，５６１のＮ数列は十二角数の列の一部分と完全に一致します。