

## 最難関問題

### 三角形ぐるぐる

1 辺の長さが 1 cm の正三角形を何段か並べて、大きい正三角形 A B C を作ります。3 段並べると、図 1 のようになります。頂点 A から B へ向けて出発し、以下のルールにしたがって線の上を進みます。

- ・頂点 A, B, C に行き当たったら、左隣<sup>となり</sup>の辺に進む。
- ・すでに進んだことのある点に行き当たる手前で、左隣の辺に進む。
- ・以上の動きによってすでに通過したことのある点にしか進めなくなったら、その場で止まる。

正三角形 A B C が 3 段の場合は、図 2 のように  $3 + 3 + 2 + 1 = 9$  (cm) 進みます。次の問いに答えなさい。

図 1

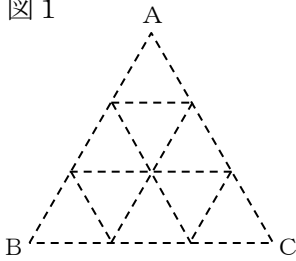


図 2

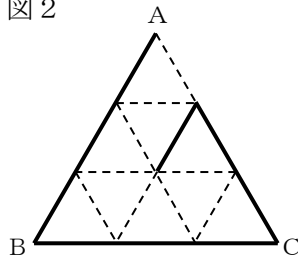
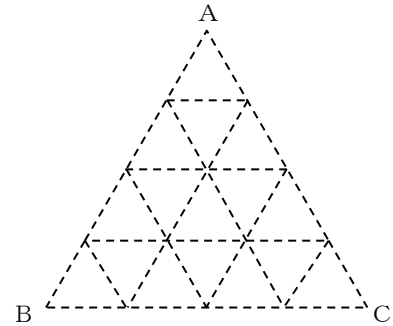


図 3



(1) 図 3 のように正三角形 A B C が 4 段の場合、頂点 A から B へ向けて出発してルールにしたがうと何 cm 進みますか。

(2) 正三角形 A B C が N 段の場合、頂点 A から B へ向けて出発してルールにしたがうと  $6669$  cm 進みます。N にあてはまる数を答えなさい。

(2 枚目に続きます)

## 最難関問題

3辺の長さがそれぞれ2 cm, 3 cm, 4 cmの三角形を何段か並べて三角形ABCを作ります。図4は3段に並べた場合です。今度は、図5, 6, 7のように、頂点AからB, BからC, CからAの3つの向きに出発して、上のルールにしたがって進みます。

(3) 三角形ABCがN段の場合、頂点AからBへ向けて出発した場合に進む距離は頂点CからAへ向けて出発した場合に進む距離より242 cm長くなります。Nにあてはまる数をすべて答えなさい。

図4

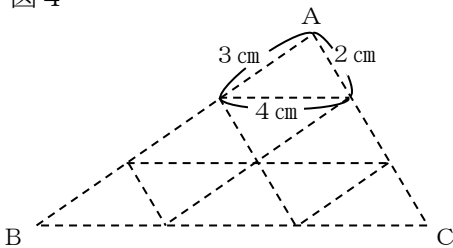


図5

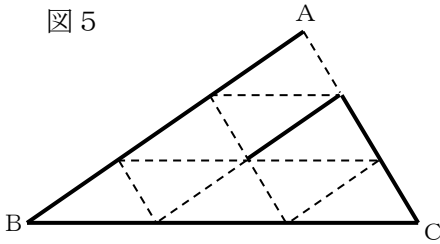


図6

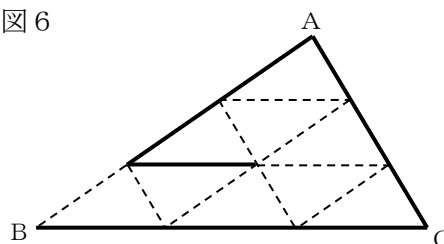
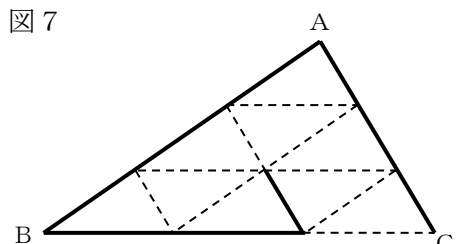


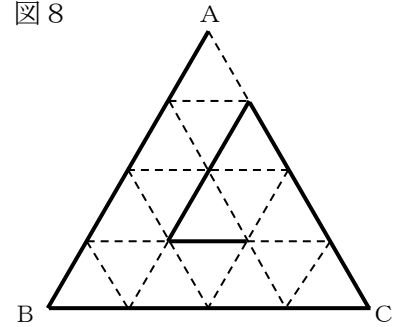
図7



最難関問題

三角形ぐるぐる (1) 14 cm (2) 114 (3) 241, 243

(1) 図8のようになるので、 $4 + 4 + 3 + 2 + 1 = 14$  (cm)です。 図8



(2) 進む長さは、3段の場合は $3 + 3 + 2 + 1 = 9$  (cm), 4段の場合は $4 + 4 + 3 + 2 + 1 = 14$  (cm) でした。このように、 $\square$ 段の場合、ルールにしたがって進む長さは $\square + (\square + \dots + 1)$  cmとなります。  
 $N + (N + \dots + 1) = 6669$ より、 $1 + \dots + N + (N + 1) = 6670$ です。等差数列の和の公式より、 $\{1 + (N + 1)\} \times (N + 1) \div 2 = (N + 2) \times (N + 1) \div 2 = 6670$ となるので、  
 $(N + 2) \times (N + 1) = 13340$ です。よって、連続する2個の整数の積が13340になる場合を探します。 $110 \times 110 = 12100$ ,  $120 \times 120 = 14400$ ですから、110と120の間ですから、一の位が0であることから、連続する整数の一方は115だろう、と見当をつけて(厳密には連続する整数の一方が110や120もあり得ますが、13340は12100からも14400からも離れた整数なので、おそらく違う、と判断できます),  $114 \times 115$ と $115 \times 116$ を計算すると、 $114 \times 115 = 13110$ ,  $115 \times 116 = 13340$ より、 $N + 1 = 115$ ,  $N + 2 = 116$ となります。よって、 $N = 114$ です。

最難関問題

(3) まず、3段の場合に成り立っていることを確認します。図5、6、7のいずれの場合も、小さい三角形の辺を順に3辺、3辺、2辺、1辺と進んでいきます。

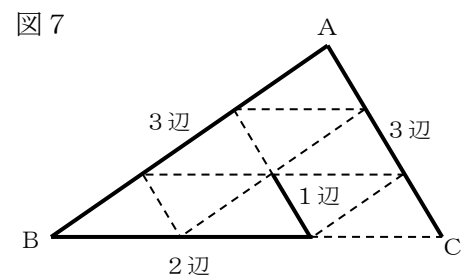
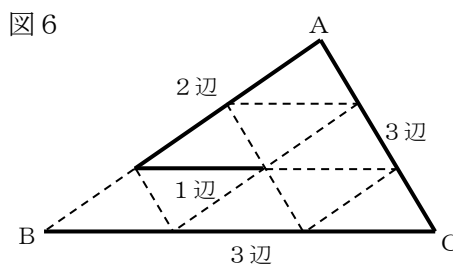
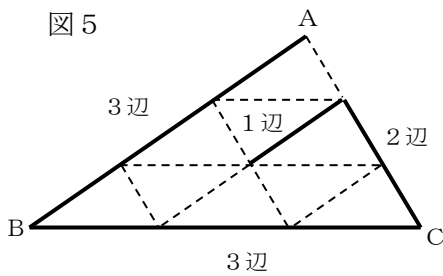


図5を例にとると、3cmの辺を3本、4cmの辺を3本、2cmの辺を2本、3cmの辺を1本ですから、最初に進む辺および平行な辺の本数を○、2番目を△、3番目を□とすると、次のようになっています。

- 3, 1 計4本
- △ 3 計3本
- 2 計2本

進んだ長さは、

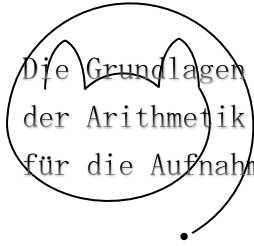
図5の場合は  $3\text{ cm} \times \text{○} + 4\text{ cm} \times \text{△} + 2\text{ cm} \times \text{□} = 3\text{ cm} \times 4 + 4\text{ cm} \times 3 + 2\text{ cm} \times 2 = 28\text{ (cm)}$ ,

図6の場合は  $4\text{ cm} \times \text{○} + 2\text{ cm} \times \text{△} + 3\text{ cm} \times \text{□} = 4\text{ cm} \times 4 + 2\text{ cm} \times 3 + 3\text{ cm} \times 2 = 28\text{ (cm)}$ ,

図7の場合は  $2\text{ cm} \times \text{○} + 3\text{ cm} \times \text{△} + 4\text{ cm} \times \text{□} = 2\text{ cm} \times 4 + 3\text{ cm} \times 3 + 4\text{ cm} \times 2 = 25\text{ (cm)}$ , です。

では、N段の場合はどうでしょうか。まず、(ア)、(イ)、(ウ)のどの場合に当てはまるかを考えます。

(ア)	(イ)	(ウ)
○ N, N-2, ..., 4, 1	N, N-2, ..., 5, 2	N, N-2, ..., 6, 3
△ N, N-3, ..., 3	N, N-3, ..., 4, 1	N, N-3, ..., 5, 2
□ N-1, N-4, ..., 2	N-1, N-4, ..., 3	N-1, N-4, ..., 4, 1
└──────────┘ M個	└──────────┘ M個	└──────────┘ M個



## 最難関問題

・(ア) の場合

まず、○、△、□の差を考えます。

$$\begin{array}{l} \text{○} \quad N \quad , \quad N-2, \dots, 4, 1 \\ \text{△} \quad N \quad , \quad N-3, \dots, 3 \\ \text{□} \quad \underbrace{N-1, N-4, \dots, 2}_{M \text{個}} \end{array}$$

○と△の差は $M-1$ 、△と□の差は $M-1$ 、よって○と□の差は $2 \times (M-1)$ です。次に、AとCそれぞれから出発したときの距離の差を考えます。

$$\text{Aから出発} \cdots 3 \text{ cm} \times \text{○} + 4 \text{ cm} \times \text{△} + 2 \text{ cm} \times \text{□}$$

$$\text{Cから出発} \cdots 2 \text{ cm} \times \text{○} + 3 \text{ cm} \times \text{△} + 4 \text{ cm} \times \text{□}$$

$$\text{差} \cdots \quad \text{○} + \text{△} - 2 \times \text{□}$$

$\text{○} + \text{△} - 2 \times \text{□} = (\text{○} - \text{□}) + (\text{△} - \text{□}) = 2 \times (M-1) + (M-1) = 3 \times (M-1)$ がAから出発したときとCから出発したときの距離の差ですから、 $3 \times (M-1) = 242$ です。しかし、242は3で割り切れませんから、問題の条件にあいません。よって、(ア)ではないことがわかります。

・(イ) の場合

まず、○、△、□の差を考えます。

$$\begin{array}{l} \text{○} \quad N \quad , \quad N-2, \dots, 5, 2 \\ \text{△} \quad N \quad , \quad N-3, \dots, 4, 1 \\ \text{□} \quad \underbrace{N-1, N-4, \dots, 3, \dots}_{M \text{個}} \end{array}$$

○と△の差は $M-1$ 、△と□の差は $M$ 、よって○と□の差は $2 \times M - 1$ です。

AとCそれぞれから出発したときの距離の差は、 $\text{○} + \text{△} - 2 \times \text{□} = (\text{○} - \text{□}) + (\text{△} - \text{□}) = 2 \times M - 1 + M = 3 \times M - 1$ ですから、 $3 \times M - 1 = 242$ より、 $M = (242 + 1) \div 3 = 81$ です。このとき、△に注目すると、 $N = 1 + 3 \times (81 - 1) = 241$ と求められます。

Die Grundlagen  
der Arithmetik  
für die Aufnahmeprüfung

## 最難関問題

・(ウ)の場合

まず、○、△、□の差を考えます。

○  $N$  ,  $N-2$  ,  $\dots$  ,  $6$  ,  $3$

△  $N$  ,  $N-3$  ,  $\dots$  ,  $5$  ,  $2$

□  $\underbrace{N-1, N-4, \dots, 4, 1}_{M\text{個}}$

○と△の差は $M-1$ 、△と□の差は $M$ 、よって○と□の差は $2 \times M - 1$ です。よって、(イ)の場合と同様にして、 $M = (242 + 1) \div 3 = 81$ と求められます。このとき、○に注目すると、 $N = 3 \times 81 = 243$ と求められます。

以上より、 $N = 241, 243$ です。