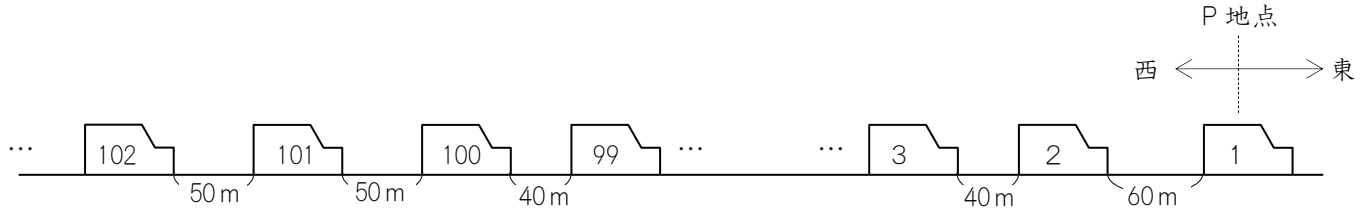
最難関問題

渋滞の問題・２・渋滞区間の拡大

自動車道を多くの車が西から東に向けて走っています。一番東を走っている車から順に１号車，２号車，３号車，…とします。１号車がＰ地点を通過したとき，１号車と２号車の車間距離は６０ｍ，２号車から１００号車までは車間距離はそれぞれ４０ｍ，１００号車以降は車間距離はそれぞれ５０ｍでした。



車は車間距離がじゅうぶんにあるときは秒速１２ｍで走りますが，前の車との車間距離が４０ｍ以下になると秒速６ｍに減速します。また，減速した状態から前の車との車間距離が６０ｍ以上になると，再び秒速１２ｍで走ります。１号車がＰ地点を通過したとき，３号車から１００号車までは秒速６ｍ，それ以外の車は秒速１２ｍで走っていました。車の幅は考えません。次の問いに答えなさい。

（１）１０１号車が秒速６ｍで走り始めるのは，１号車がＰ地点を通過してから何秒後ですか。

（２）１号車がＰ地点を通過してから９６秒後に秒速６ｍで走っている車は何台ありますか。

（３）１号車がＰ地点を通過してから１分後と１０分後にＰ地点を通過するのは，それぞれ何号車ですか。通過する車がないときは，「ない」と答えなさい。

（４）もしも，減速した状態から再び秒速１２ｍで走ることになる車間距離が６０ｍ以上ではなくて，□ｍ以上だとすると，１号車がＰ地点を通過してから８分２０秒後に１１２号車がＰ地点を通過します。□にあてはまる数を答えなさい。

渋滞の問題・２・渋滞区間の拡大

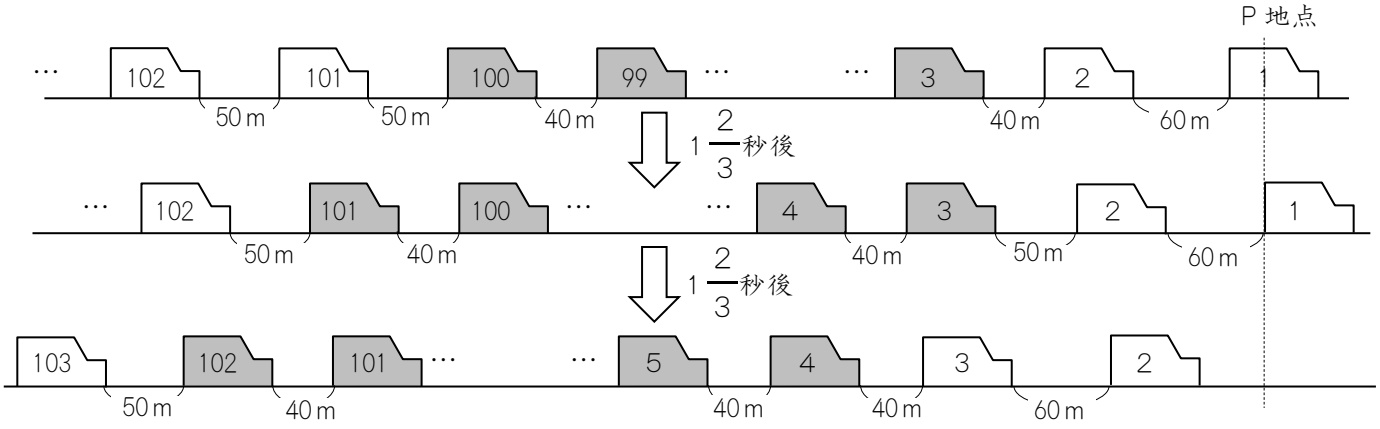
（１）$1\frac{2}{3}$秒後　（２）１２７台　（３）１３号車，１２１号車　（４）５４

（１）１０１号車と１００号車の車間距離は，１２－６＝６より毎秒６ｍの割合で縮まるので，

（５０－４０）÷６＝$1\frac{2}{3}$（秒後）です。

（２）（１）より，１０１号車以降の車は$1\frac{2}{3}$秒ごとに前の車との車間距離が４０ｍにつまり，秒速６ｍで走るようになります。それに対して，３号車以降の車は（６０－４０）÷６＝$3\frac{1}{3}$（秒）ごとに前の車との車間距離が６０ｍになり，秒速１２ｍで走るようになります。図①において秒速６ｍで走る車は影をつけています。

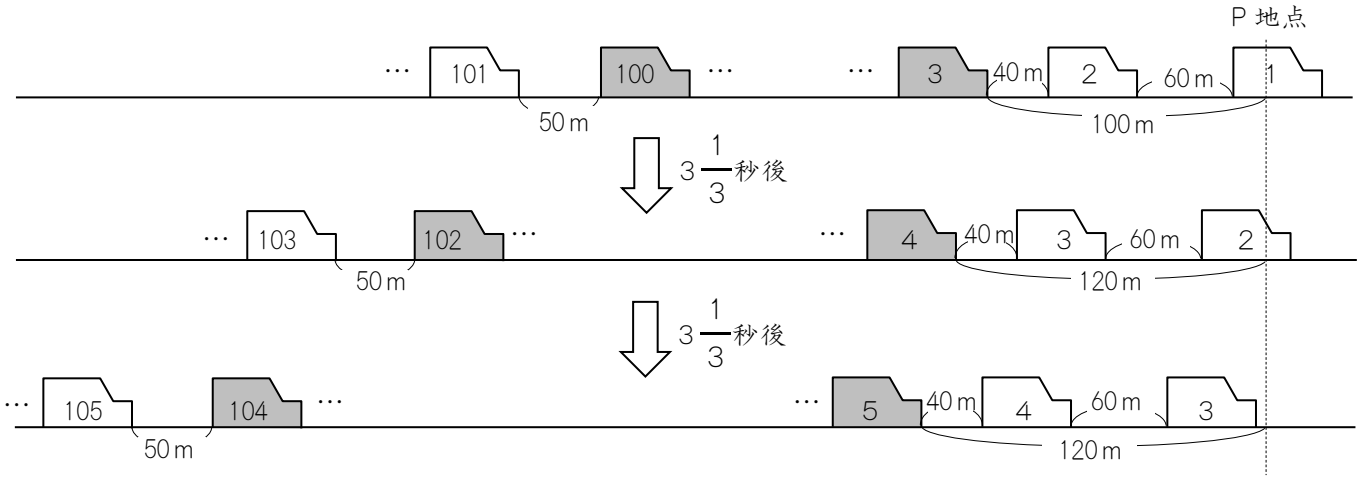
図①



９６÷$1\frac{2}{3}$＝５７余り１，９６÷$3\frac{1}{3}$＝２８余り$2\frac{2}{3}$より，９６秒後に秒速６ｍで走る車は５７台増えて２８台減っているので，９８＋５７－２８＝１２７（台）です。

（３）（２）より，$3\frac{1}{3}$秒ごとに秒速６ｍで走る車は図②のように変化していきます。影をつけた秒速６ｍで走っている車の先頭に注目をすると，$3\frac{1}{3}$秒ごとに１つ番号の大きい車になり，その車は$3\frac{1}{3}$秒で$6\times3\frac{1}{3}=20$（ｍ）進んでいるので，Ｐ地点と先頭の車の間の距離は４０－２０＝２０（ｍ）ずつ増えていきます。

図②



３号車は，１号車がＰ地点を通過してから$3\frac{1}{3}$秒後に秒速１２ｍで走り始めるので，１号車より$3\frac{1}{3}+80\div12=10$（秒）遅れてＰ地点を通過します。４号車以降の車は，前の車より$3\frac{1}{3}$秒遅れて秒速１２ｍで走り始め，秒速１２ｍで走る距離は２０ｍ増えているので，$20\div12=1\frac{2}{3}$（秒）よけいにかかるので，$3\frac{1}{3}+1\frac{2}{3}=5$（秒）前の車から遅れてＰ地点を通過します。また，２号車は６０÷１２＝５より，１号車より５秒遅れてＰ地点を通過します。こうして，１号車がＰ地点を通過してから５秒ごとに次の車がＰ地点を通過することになります。秒速６ｍで走る車は時間とともに増えていくので，秒速６ｍで走る距離も徐々に大きくなっていくのですが，Ｐ地点に到着する時刻は５秒おきです。

以上より，１分＝６０秒後にＰ地点を通過する車は，６０÷５＋１＝１３（号車），
１０分＝６００秒後にＰ地点を通過する車は，６００÷５＋１＝１２１（号車）です。

（４）２号車がＰ地点を通過するのが，１号車が通過してから６０÷１２＝５（秒後）であることは変わりません。３号車以降は（３）より等しい間隔でＰ地点を通過するので，４分２０秒＝５００秒，（５００－５）÷（１１２－２）＝4.5より，4.5秒ごとにＰ地点を通過します。

（３）では，車が秒速１２ｍで再び走り始めるのが$3\frac{1}{3}$秒ごとで，そのときに前の車よりＰ地点までの距離が$40-6\times3\frac{1}{3}=20$（ｍ）増えているので，$20\div12=1\frac{2}{3}$（秒）よけいにかかるので，$3\frac{1}{3}+1\frac{2}{3}=5$（秒）前の車から遅れてＰ地点を通過しました。よって，車が秒速１２ｍで再び走り始めるのを△秒ごととすると，そのときに前の車よりＰ地点までの距離が４０－６×△（ｍ）増えて，（４０－６×△）÷１２（秒）よけいにかかり，△＋（４０－６×△）÷１２（秒）前の車から遅れてＰ地点を通過することになります。

△＋（４０－６×△）÷１２＝△＋$3\frac{1}{3}$－0.5×△＝0.5×△＋$3\frac{1}{3}$＝4.5より，

△＝（4.5－$3\frac{1}{3}$）÷0.5＝$2\frac{1}{3}$ですから，車が秒速１２ｍで再び走り始めるのは$2\frac{1}{3}$秒ごとです。

よって，（□－４０）÷６＝$2\frac{1}{3}$より，□＝$2\frac{1}{3}$×６＋４０＝５４です。