

数表と3個の数 (最難関)

図1のように整数を3個書いた正方形のカードをきまりにしたがって並べて、表を作ります。

(1) 図2は表の一部を抜き出したものです。あいたところに正しく数を入れなさい。

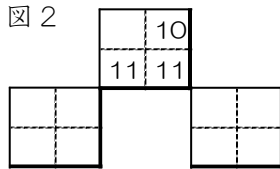


図1

	1		1		1		1		1	...
1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	
	2		2		2		2		2	
1	2	2	2	3	3	4	4	5	5	
	3		3		3		3		3	
1	3	2	3	3	3	4	4	5	5	
	4		4		4		4		4	
1	4	2	4	3	4	4	4	5	5	
	5		5		5		5		5	
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	

(2) カードに書かれた3個の整数の和が24になりました。カードにはどのように整数が書いてありますか。考えられるものをすべて答えなさい。右の解答らんはすべて使うとはかぎりません。

解答らん

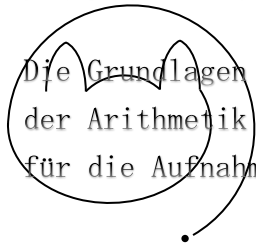
(3) 図3のように、たて横2枚の正方形にならんだ4枚のカードに書かれたすべての整数の和が、次の①~④になるとき、4枚のカードにはどのように整数が書いてありますか。解答らんを適当に分けて、すべて書きなさい。ない場合は「ない」と答えなさい。

図3

	3		3
2	3	3	3
	4		4
2	4	3	4

- ① 55 ② 71 ③ 90 ④ 101

解答らん



最難関問題

数表と3つの数（最難関）

(1) 図⑤参照 (2) 図⑩参照 (3) ①…図⑮参照 ②…ない ③…図⑩参照 ④…ない

(1) 図①～③のようにカードのそれぞれの位置に書かれた整数に注目すると、右上の整数は上から何段目にあるかを表し、左下の整数は左から何列目にあるかを、右下の整数はカードを正方形の配置で見たときに何周目にあるかを示しています。

図①

	1		1		1		1		1
	2		2		2		2		2
	3		3		3		3		3
	4		4		4		4		4
	5		5		5		5		5

図②

1		2		3		4		5	
1		2		3		4		5	
1		2		3		4		5	
1		2		3		4		5	
1		2		3		4		5	
1		2		3		4		5	

図③

	1		2		3		4		5
	2		2		3		4		5
	3		3		3		4		5
	4		4		4		4		5
	5		5		5		5		5

よって、図②のまわりは図④のようになり、図⑤が答えです。

図④

			10		10
		11	11	12	12
	11		11		11
10	11	11	11	12	12
	12		12		12
10	12	11	12	12	12

図⑤

			10		
			11	11	
	11				11
10	11				12
					12

(2) カードに書かれた整数は，図⑥で影をつけた「対角線上」の位置にあるときは3個とも等しく，対角線より上側にある場合は図⑧のように右上の整数のみ他より小さくなり，対角線より左側にある場合は図⑨のように左下の整数のみ他より小さくなります。

図⑥

	1		1		1		1		1
1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
	2	2		2		2		2	
1	2	2	2	3	3	4	4	5	5
	3		3	3		3		3	
1	3	2	3	3	3	4	4	5	5
	4		4		4	4		4	
1	4	2	4	3	4	4	4	5	5
	5		5		5		5	5	
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5

図⑦

	○
○	○

図⑧

	△
○	○

図⑨

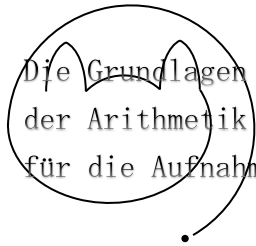
	○
△	○

$$24 = 2 + 11 + 11 = 4 + 10 + 10 = 6 + 9 + 9 = 8 + 8 + 8 \text{ より,}$$

図⑩の7通りの答えになります。

図⑩

	2		11		4		10		6		9
11	11	2	11	10	10	4	10	9	9	6	9
	8										
8	8										



最難関問題

(3) それぞれのカードに書かれた3個の整数の和を求めると、図1は図⑪のようになります。対角線上の位置にあるカードは3個の等しい整数が書かれているので、その和は3の倍数になります。対角線上のカードから上か左に進むと、和は1ずつ小さくなります。4枚のカードの和の関係は、2枚のカードが対角線上にある場合は図⑫、それより上の位置にあるときは図⑬、左にあるときは図⑭のようになります。図⑫では4枚のカードに書かれた整数の和は $\bigcirc \times 4 + 7$ 、図⑬と⑭では $\bigcirc \times 4 + 6$ です。

図⑪

3	5	7	9	11
5	6	8	10	12
7	8	9	11	13
9	10	11	12	14
11	12	13	14	15

図⑫

\bigcirc	$\bigcirc + 2$
$\bigcirc + 2$	$\bigcirc + 3$

図⑬

\bigcirc	$\bigcirc + 2$
$\bigcirc + 1$	$\bigcirc + 3$

図⑭

\bigcirc	$\bigcirc + 1$
$\bigcirc + 2$	$\bigcirc + 3$

このことから、④の101は $\bigcirc \times 4 + 7$ 、 $\bigcirc \times 4 + 6$ のいずれにもならないので「ない」が答えとなります。また、②の71は $16 \times 4 + 7$ という形で表せますが、図⑫の対角線上に2枚のカードがある場合は、 \bigcirc が3の倍数でなければならないので、条件を満たさず、やはり「ない」となります。

①の55の場合、 $55 = 12 \times 4 + 7$ なので、図⑮の1通りが答えとなります。

③の90の場合、 $90 = 21 \times 4 + 6$ なので、図⑬、⑭の配置を考えます。(2)と同様に考えて21を3個の整数の和に分解すると、 $21 = 1 + 10 + 10 = 3 + 9 + 9 = 5 + 8 + 8$ となります。なお、 $7 + 7 + 7$ では図⑫の配置になってしまうので、条件にあいません。図⑯の6通りが答えとなります。

図⑮

	4		4
4	4	5	5
	5		5
4	5	5	5

図⑯

	1		1
10	10	11	11
	2		2
10	10	11	11

	10		10
1	10	2	10
	11		11
1	11	2	11

	3		3
9	9	10	10
	4		4
9	9	10	10

	9		9
3	9	4	9
	10		10
3	10	4	10

	5		5
8	8	9	9
	6		6
8	8	9	9

	8		8
5	8	6	8
	9		9
5	9	6	9