受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

円による反転

１マス$\frac{1}{8}$cmの方眼上に，半径１cmの円（大きな円）と半径０.５cmの円（小さな円）が図１のようにあります。大きな円の中心Ｏと小さな円の円周上の点Ｐを結ぶまっすぐな線ＯＰをＰの方に延長した線の上に点Ｑを，cmの単位でＯＰ×ＯＱ＝１となるようにとるとき，点Ｑを点Ｐの反転した像といいます。

以下の問いに答えなさい。作図には，直定規のみ使ってよいこととします。

図１

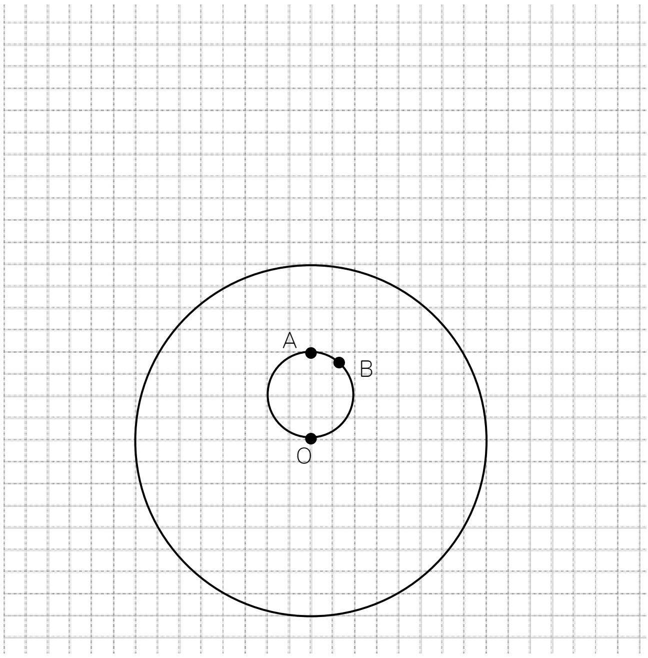
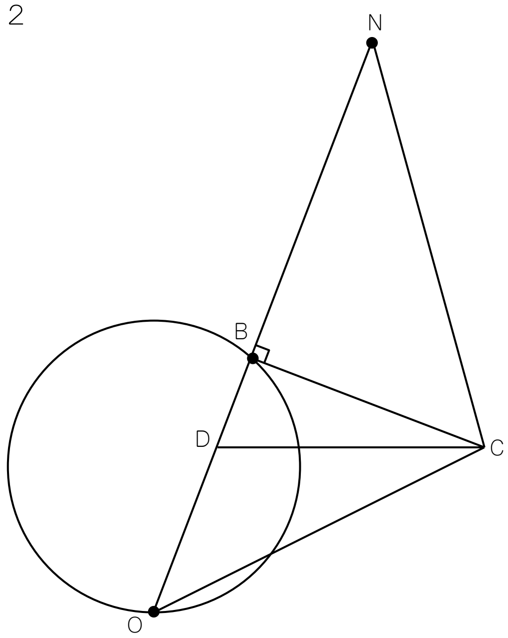


図２



（１）図１に，点Ａの反転した像である点Ｍをかきこみなさい。

（２）太郎くんは図２を使って，点Ｂの反転した像である点Ｎについて次のように考えました。

ＢＯ＝ＢＣである直角二等辺三角形ＯＢＣをかくと，三角形ＯＮＣの面積は，$\boxed{\text{①}}$ cm^{2}になる。 また，点Ｃを通る方眼と平行な直線と辺ＯＮの交わる点をＤとすると，ＣＤの長さは$\boxed{\text{②}}$ cmになる。

①，②にあてはまる数を答え，以上を参考にして図１に点Ｎをかきこみなさい。

（３）小さい円の円周上のすべての点（点Ｏ自身は除きます）の像を，図１にかきこみなさい。図１におさまる範囲でかまいません。

受験算数の基礎

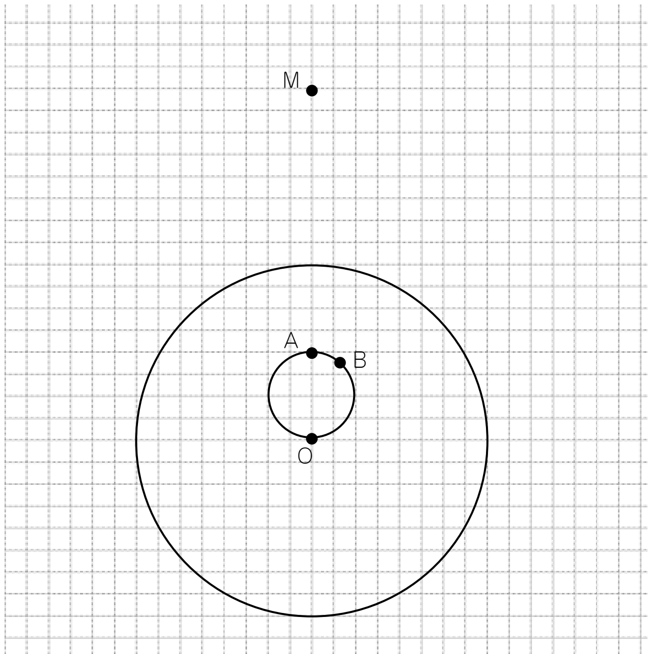
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

円による反転　解答はすべて解説参照

（１）ＯＡ＝$\frac{1}{2}$㎝なので，ＯＭ＝１÷$\frac{1}{2}$＝２（㎝）です。よって，図①が答えです。

図①



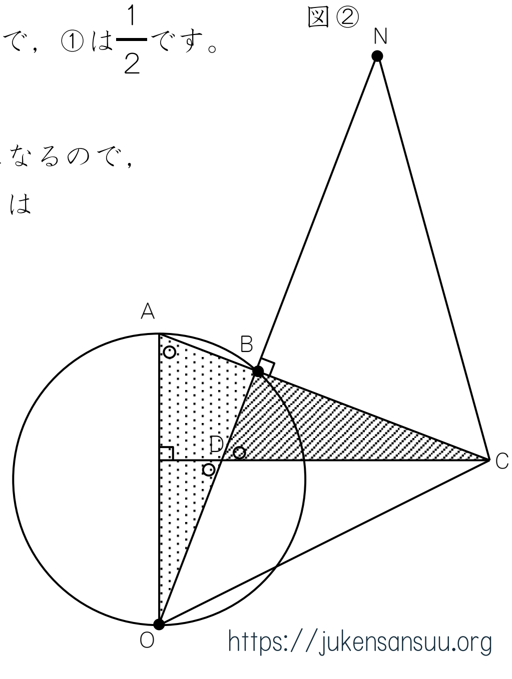
（２）ＢＯ＝ＢＣであることから，三角形ＯＮＣの面積は，

ＯＮ×ＢＣ×$\frac{1}{2}$＝ＯＮ×ＢＯ×$\frac{1}{2}$＝１×$\frac{1}{2}$＝$\frac{1}{2}$（㎠）となるので，①は$\frac{1}{2}$です。

また，図②において三角形ＡＢＯは角Ｂが直角の直角三角形になるので，
３点Ａ，Ｂ，Ｃは一直線上に並びます。〇印をつけた角の大きさは
等しいので，三角形ＡＢＯとＢＣＤは合同です。

よって，ＣＤ＝ＡＯ＝$\frac{1}{2}$（㎝）となるので，②は$\frac{1}{2}$です。

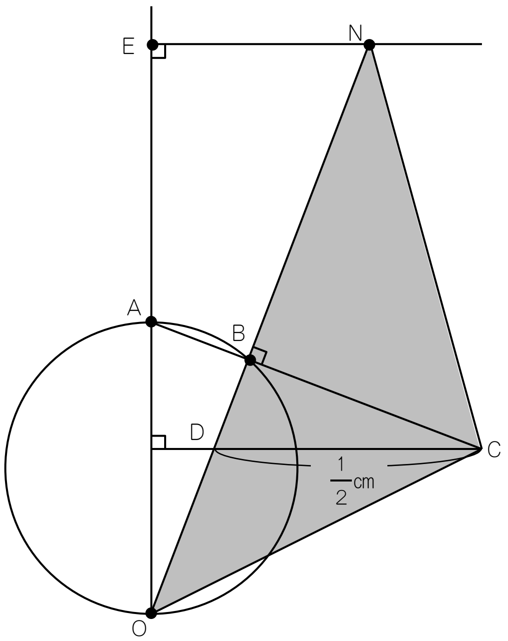
図②



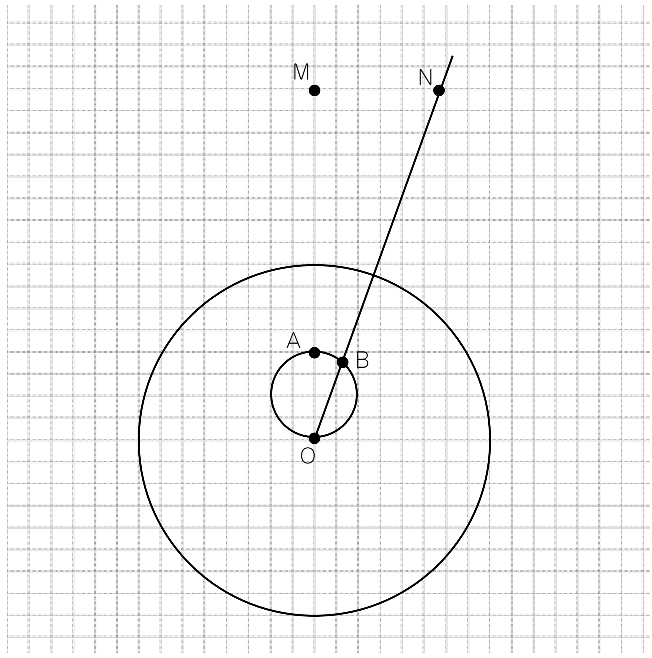
最難関問題

図③のように，直線ＯＡに点Ｎから垂直な線ＮＥを引くと，三角形ＯＮＣの面積は，ＣＤ×ＯＥ×$\frac{1}{2}$によって求めることができます。ＣＤ＝$\frac{1}{2}$（㎝）なので，$\frac{1}{2}$×ＯＥ×$\frac{1}{2}$＝$\frac{1}{2}$（㎝^{2}）より，ＯＥ＝２（㎝）となって，点Ｅは（１）で求めた点Ｍと重なります。よって，定規でＯＢをのばすことで，図④が答えとなります。

図③



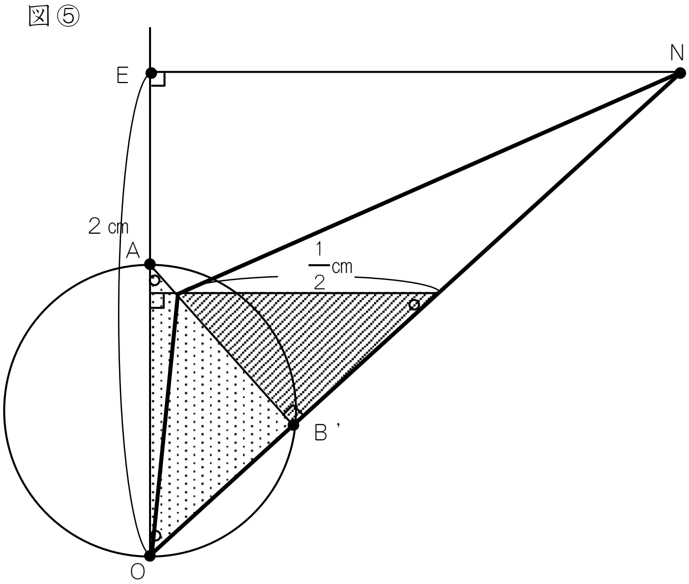
図④



最難関問題

（３）点Ｂが点Ａより点Ｏに近い位置にあるときも，図⑤のように考えていくことで，（２）と同様のことが成り立ちます。よって，小さい円の円周上の各点の反転した像は，図⑥のように一直線に並びます。

図⑤



図⑥