最難関問題

２０２０の問題・１４

２０２０の各位の数を並びかえると，２０２０も含めて３通りの整数，２０２０，２００２，２２００ができます。また，その和は２０２０＋２００２＋２２００＝６２２２です。次の問いに答えなさい。

（１）２０２０２０２０の各位の数を並びかえてできる整数の和を求めなさい。並びかえてできる整数には２０２０２０２０も含めます。

（２）２０２０２０２０からいくつか数を選んで並べると，２２，２００，２０２，２２２２００００といった整数を作ることができます。こうしてできる整数すべての和を求めなさい。２０２０２０２０もこうしてできる整数に含めます。

最難関問題

２０２０の問題・１４　（１）７３３３３３３３０　（２）８１２２４４４３２

（１）８けたの整数の一番上の位は２ですから，残り７つの位のうち３つの位に２を置き，最後に残った４つの位に０を置くと考えると，並びかえてできる整数は，$\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$＝３５（個）あります。３５個の整数を見渡したとき，一番上の位には２が３５回現れます。それ以外の位には，残った２の個数と０の個数の比が３：４であることから，２が３５×$\dfrac{3}{3+4}$＝１５（回）ずつ現れます。よって，３５個の整数の和は，

２×３５×１０００００００＋２×１５×１１１１１１１＝７０００００００００＋３３３３３３３０
＝７３３３３３３３０です。

（２）各位に現れる０は，和には関係がないので，２を何個選ぶかに注目して場合分けをします。

２を１個選ぶ場合

２を１個選んでできる整数は，２，２０，２００，２０００，２００００ですから，和は２２２２２です。

２を２個選ぶ場合

２を２個選んでできる整数は，２２，２０００２，などがあります。ここで，２２を０００００２２と考えると，２を２個選んでできる整数は，２を２個と０を４個並びかえてできる数としてとらえることができます。そのような数は，６つの位のうち２つの位に２を置けばよいので，$\dfrac{6\times5}{2\times1}$＝１５（個）あります。１５個の整数を見渡したとき，どの位にも，２の個数と０の個数の比が２：４＝１：２であることから，２は１５×$\dfrac{1}{1+2}$＝５（回）ずつ現れます。よって，１５個の整数の和は，

２×５×１１１１１１＝１１１１１１０です。

最難関問題

２を３個選ぶ場合

２を３個選んでできる整数は，２を３個と０を４個並びかえてできる数としてとらえることができます。そのような数は，７つの位のうち３つの位に２を置けばよいので，$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$＝３５（個）あります。３５個の整数を見渡したとき，どの位にも，２の個数と０の個数の比が３：４であることから，２は３５×$\frac{3}{3+4}$＝１５（回）ずつ現れます。よって，３５個の整数の和は，
２×１５×１１１１１１１＝３３３３３３３３０です。

２を４個選ぶ場合

２を４個選んでできる整数は，２を４個と０を４個並びかえてできる数としてとらえることができます。そのような数は，８つの位のうち４つの位に２を置けばよいので，$\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}$＝７０（個）あります。７０個の整数を見渡したとき，どの位にも，２の個数と０の個数の比が４：４＝１：１であることから，２は７０×$\frac{1}{1+1}$＝３５（回）ずつ現れます。よって，７０個の整数の和は，
２×３５×１１１１１１１１＝７７７７７７７７７０です。

以上より，
２２２２２＋１１１１１１１０＋３３３３３３３３０＋７７７７７７７７７０＝８１２２４４４３２です。