

## 最難関問題

### 不定方程式の逆算

ある地域では，1円，2円，3円，…9円，10円，11円，…と，円の単位で整数の額面の金券が流通しています。

(1) 10円と170円の金券で，合計1200円となる枚数の組み合わせは何通りありますか。

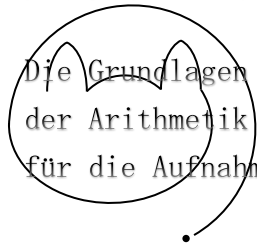
(2) 10円と170円と100円の金券で，合計1200円となる枚数の組み合わせが何通りあるか，170円の金券の枚数ごとに求めなさい。たとえば，170円の金券が0枚の場合，10円と100円の金券で1200円となる組み合わせは13通りあります。

170円券	0枚	1枚	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚	7枚	合計
組み合わせ	13通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り

(3) 10円と170円と200円の金券で，合計1200円となる枚数の組み合わせが何通りあるか，170円の金券の枚数ごとに求めなさい。

170円券	0枚	1枚	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚	7枚	合計
組み合わせ	通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り

(4) 10円と170円と  円の金券で，合計1200円となる枚数の組み合わせが21通りあるとき， にあてはまる整数を全て答えなさい。



## 最難関問題

不定方程式の逆算 (1) 8通り (2) (3) 解説参照 (4) 29, 58, 145, 290, 300

(1) 解説略

(2) 次のようになります。

170円券	0枚	1枚	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚	7枚	合計
組みあわせ	13通り	11通り	9通り	7通り	6通り	4通り	2通り	1通り	53通り

(3) 次のようになります。

170円券	0枚	1枚	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚	7枚	合計
組みあわせ	7通り	6通り	5通り	4通り	3通り	2通り	1通り	1通り	29通り

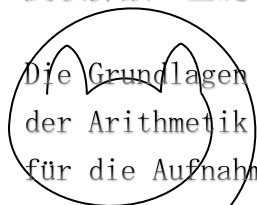
(4) (2) (3) では、1200円から170円の金券の金額を引いた差額を、100円や200円で割ることで表をうめます。(3) であれば次のようになります。

170円券	0枚	1枚	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚	7枚	合計
差額	1200円	1030円	860円	690円	520円	350円	180円	10円	
÷200の商	6	5	4	3	2	1	0	0	21
組みあわせ	7通り	6通り	5通り	4通り	3通り	2通り	1通り	1通り	29通り

このように考えると、10円と170円に続く3つ目の金券の金額が大きくなるにつれて、差額をその金額で割った商は小さくなるので、組み合わせは少なくなることがはっきりします。21通りになるということは、差額を  で割った商の和は  $21 - 8 = 13$  です。

170円券	0枚	1枚	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚	7枚	合計
差額	1200円	1030円	860円	690円	520円	350円	180円	10円	
÷ <input type="text"/> の商							0	0	13

上の表の空いた部分に入る数の和が13なので、平均値が  $13 \div 6$  か所 = 2...より、860や690を割って商が2になる数に当たりをつけてさがすと、290円と300円が条件を満たします。



## 最難関問題

170円券	0枚	1枚	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚	7枚	合計
差額	1200円	1030円	860円	690円	520円	350円	180円	10円	
$\div 290/300$	4	3	2	2	1	1	0	0	13

よって、290、300は答えですが、さらにこれらの約数も考える必要があります。というのも、例えば290の約数の29円の金券の場合、10円、170円、1200円はみな10の倍数の金額なので、29円の金券は10枚セットの290円単位で使うことになります。よって、290および300の約数のうちで、その数と10の最小公倍数が290ないし300になる、29、58、145も答えとなります。