

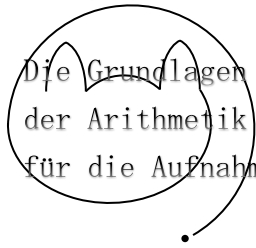
## 最難関問題

2020の問題・15

$\frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{4-1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2 \times 3 \times 4}$ です。このことを参考にして、次の計算をなさい。

$$(1) \frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \frac{3}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \frac{3}{3 \times 4 \times 5 \times 6} + \frac{3}{4 \times 5 \times 6 \times 7} + \frac{3}{5 \times 6 \times 7 \times 8}$$

$$(2) \frac{1}{16} + \frac{1}{80} + \frac{99}{2020} + \frac{1}{3030} + \frac{1}{9090} + \frac{1}{185436} + \frac{1}{7344}$$



## 最難関問題

2020の問題・15 (1)  $\frac{55}{336}$  (2)  $\frac{305}{2448}$

(1)  $\frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{4-1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2 \times 3 \times 4}$ と同様にして,  
 $\frac{3}{2 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{5-2}{2 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 5}$ ,  
 $\frac{3}{3 \times 4 \times 5 \times 6} = \frac{6-3}{3 \times 4 \times 5 \times 6} = \frac{1}{3 \times 4 \times 5} - \frac{1}{4 \times 5 \times 6}$ , ...となります。よって, 次のような計算が  
 できます。

$$\begin{aligned} & \frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \frac{3}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \frac{3}{3 \times 4 \times 5 \times 6} + \frac{3}{4 \times 5 \times 6 \times 7} + \frac{3}{5 \times 6 \times 7 \times 8} \\ &= \frac{4-1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \frac{5-2}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \frac{6-3}{3 \times 4 \times 5 \times 6} + \frac{7-4}{4 \times 5 \times 6 \times 7} + \frac{8-5}{5 \times 6 \times 7 \times 8} \\ &= \left( \frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2 \times 3 \times 4} \right) + \left( \frac{1}{2 \times 3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 5} \right) + \left( \frac{1}{3 \times 4 \times 5} - \frac{1}{4 \times 5 \times 6} \right) + \\ & \quad \left( \frac{1}{4 \times 5 \times 6} - \frac{1}{5 \times 6 \times 7} \right) + \left( \frac{1}{5 \times 6 \times 7} - \frac{1}{6 \times 7 \times 8} \right) \\ &= \frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{6 \times 7 \times 8} = \frac{7 \times 8 - 1}{6 \times 7 \times 8} = \frac{55}{336} \end{aligned}$$

最難関問題

(2)  $2020 = 2 \times 2 \times 5 \times 101$  より,  $\frac{99}{2020} = \frac{101-2}{2 \times 2 \times 5 \times 101} = \frac{1}{2 \times 2 \times 5} - \frac{1}{2 \times 5 \times 101}$

です。

$\frac{1}{80}$  は,  $80 \div (2 \times 2 \times 5) = 4$  より,  $\frac{1}{80} = \frac{1}{4 \times 2 \times 2 \times 5} = \frac{5-4}{4 \times 2 \times 2 \times 5} = \frac{1}{4 \times 2 \times 2} - \frac{1}{2 \times 2 \times 5}$ ,

$\frac{1}{16}$  は,  $16 \div (4 \times 2 \times 2) = 1$  より,  $\frac{1}{16} = \frac{1}{1 \times 4 \times 2 \times 2} = \frac{2-1}{1 \times 4 \times 2 \times 2} = \frac{1}{1 \times 4 \times 2} - \frac{1}{4 \times 2 \times 2}$ ,

と整理できます。同様に,

$\frac{1}{3030}$  は,  $3030 \div (2 \times 5 \times 101) = 3$  より,

$\frac{1}{3030} = \frac{1}{2 \times 5 \times 101 \times 3} = \frac{3-2}{2 \times 5 \times 101 \times 3} = \frac{1}{2 \times 5 \times 101} - \frac{1}{5 \times 101 \times 3}$ ,

$\frac{1}{9090}$  は,  $9090 \div (5 \times 101 \times 3) = 6$  より,

$\frac{1}{9090} = \frac{1}{5 \times 101 \times 3 \times 6} = \frac{6-5}{5 \times 101 \times 3 \times 6} = \frac{1}{5 \times 101 \times 3} - \frac{1}{101 \times 3 \times 6}$ ,

$\frac{1}{185436}$  は,  $185436 \div (101 \times 3 \times 6) = 102$  より,

$\frac{1}{185436} = \frac{1}{101 \times 3 \times 6 \times 102} = \frac{102-101}{101 \times 3 \times 6 \times 102} = \frac{1}{101 \times 3 \times 6} - \frac{1}{3 \times 6 \times 102}$ ,

$\frac{1}{7344}$  は,  $7344 \div (3 \times 6 \times 102) = 4$  より,

$\frac{1}{7344} = \frac{1}{3 \times 6 \times 102 \times 4} = \frac{4-3}{3 \times 6 \times 102 \times 4} = \frac{1}{3 \times 6 \times 102} - \frac{1}{6 \times 102 \times 4}$ ,

と整理できます。

最難関問題

以上より,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{16} + \frac{1}{80} + \frac{99}{2020} + \frac{1}{3030} + \frac{1}{9090} + \frac{1}{185436} + \frac{1}{7344} \\ &= \left( \frac{1}{1 \times 4 \times 2} - \frac{1}{4 \times 2 \times 2} \right) + \left( \frac{1}{4 \times 2 \times 2} - \frac{1}{2 \times 2 \times 5} \right) + \left( \frac{1}{2 \times 2 \times 5} - \frac{1}{2 \times 5 \times 101} \right) + \\ & \quad \left( \frac{1}{2 \times 5 \times 101} - \frac{1}{5 \times 101 \times 3} \right) + \left( \frac{1}{5 \times 101 \times 3} - \frac{1}{101 \times 3 \times 6} \right) + \\ & \quad \left( \frac{1}{101 \times 3 \times 6} - \frac{1}{3 \times 6 \times 102} \right) + \left( \frac{1}{3 \times 6 \times 102} - \frac{1}{6 \times 102 \times 4} \right) \\ &= \frac{1}{1 \times 4 \times 2} - \frac{1}{6 \times 102 \times 4} = \frac{306-1}{6 \times 102 \times 4} = \frac{305}{2448} \text{です。} \end{aligned}$$