



最難関問題

もとの数と位の数

各位の数に0を含まず、一の位と百の位の数の和が十の位の数より大きい3桁の整数 abc が、 $a + c - b$ の倍数である場合について考えます。例えば732は $7 + 2 - 3 = 6$ で、 $732 \div 6 = 122$ となるので条件を満たします。このとき、 $【732】 = 122$ とします。

(1) 上の条件を満たす3桁の整数のうち、最も大きいものを整数 A とします。

- ① 整数 A を答えなさい。
- ② $【B】 = 【A】$ となる、整数 A とは異なる整数 B をすべて答えなさい。

(2) $【abc】$ の値として考えられるもののうち、最も大きいものを答えなさい。

(3) $【abc】$ の値として考えられるもののうち、最も小さいものを答えなさい。



最難関問題

もとの数と位の数

- (1) ① 999 ② 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888
 (2) 991 (3) 23

(1)

- ① $999 \div (9+9-9) = 111$ となるので、整数Aは999です。
 ② 整数Bは111の倍数です。3桁の111の倍数はaaaという形をしていて、
 $aaa \div (a+a-a) = aaa \div a = 111$ となるので、【abc】=111です。よって、
 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888です。

- (2) 割る数である $a+c-b$ が1で、abcができるだけ大きい場合を考えると、991のときに
 【991】= $991 \div (9+1-9) = 991$ となります。【abc】が992以上になるためには、
 abcが992以上の整数(の倍数)でなければならないので、条件を満たすものは明らかにありませ
 せん。よって、991です。

- (3) 3桁の整数abcを式で表すと、 $100 \times a + 10 \times b + 1 \times c$ です。ここでたとえば
 【abc】=7とすると、

$$100 \times a + 10 \times b + 1 \times c = 7 \times a - 7 \times b + 7 \times c,$$

$$\frac{93 \times a + 17 \times b}{100-7} = \frac{6 \times c}{7-1}, \quad \dots \text{(ア)}$$

となります。aおよびbは1以上の数なので、 $93 \times a + 17 \times b$ は必ず110以上です。【abc】
 の値が7以外の場合でもこのことは成り立つので、cは最大で9であることから、
 $110 \div 9 = 12 \dots$ より、(ア)の式においてcにかけられる数は13以上であり、【abc】の値は
 $13+1=14$ 以上です。

【abc】=14の場合を考えると、 $86 \times a + 24 \times b = 13 \times c$ で、 $13 \times c$ は最大でも
 $13 \times 9 = 117$ なので、明らかに式を満たすa, b, cの組み合わせはありません

【abc】=15, 16, 17, ...と順に探していくと、【abc】=23のときに、
 $77 \times a + 33 \times b = 22 \times c$ となって、 $(a, b, c) = (1, 1, 5), (1, 3, 8)$ が式を満た
 します。よって、答えは23です。