

部分分数分解と2026

あるきまりにしたがって分数を次のように並べ、左から順に加えていきます。

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{40} + \frac{3}{88} + \frac{3}{154} + \dots$$

(1) にあてはまる整数を答えなさい。

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{40} + \frac{3}{88} + \frac{3}{154} + \dots + \frac{3}{\text{あ}} = \frac{1011}{2026}$$

(2) $\frac{750}{\text{う}}$ が既約分数のとき、 にあてはまる最も小さい整数を答えなさい。

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{40} + \frac{3}{88} + \frac{3}{154} + \dots + \frac{3}{\text{い}} = \frac{750}{\text{う}}$$

部分分数分解と2026 (1) 1023130 (2) 1501

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{3}{10} + \frac{3}{40} + \frac{3}{88} + \frac{3}{154} + \dots \\
 &= \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \frac{14-11}{11 \times 14} + \dots \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \dots \quad \text{です。}
 \end{aligned}$$

2026を素因数分解すると、 2×1013 です

$$\frac{1011}{2026} = \frac{1013-2}{2 \times 1013} = \frac{1}{2} - \frac{1}{1013} \quad \text{なので,}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{1013}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{1010} - \frac{1}{1013}$$

$$= \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \frac{14-11}{11 \times 14} + \dots + \frac{1013-1010}{1010 \times 1013}$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{3}{40} + \frac{3}{88} + \frac{3}{154} + \dots + \frac{3}{1023130} \quad \text{となって, } \boxed{\text{あ}} = 1023130 \text{です。}$$

$$(2) \frac{3}{10} + \frac{3}{40} + \frac{3}{88} + \frac{3}{154} + \dots + \frac{3}{\boxed{\text{い}}}$$

$$= \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \frac{14-11}{11 \times 14} + \dots + \frac{B-A}{A \times B}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{B} = \frac{750}{\boxed{\text{う}}} \quad \text{なので,}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{B} = \frac{B-2}{2 \times B} = \frac{750}{\boxed{\text{う}}} \quad \text{です。} B-2 \text{ は } 750 \text{ の倍数なので, 順に試していきます。}$$

$$\boxed{B = 752}$$

$$\frac{752-2}{2 \times 752} = \frac{750}{2 \times 752} \text{ は既約分数ではないので, 条件を満たしません。}$$

$$\boxed{B = 1502}$$

$$\frac{1502-2}{2 \times 1502} = \frac{1500}{2 \times 1502} \text{ において分子と分母は } 4 \text{ で割れるので, 条件を満たしません。}$$

$$\boxed{B = 2252}$$

$$\frac{2252-2}{2 \times 2252} = \frac{2250}{2 \times 2252} = \frac{1125}{2252} \quad \text{となるので, 条件を満たしません。}$$

$$\boxed{B = 3002}$$

$$\frac{3002-2}{2 \times 3002} = \frac{3000}{2 \times 3002} = \frac{750}{1501} \quad \text{となって条件を満たします。}$$

$$\text{よって, } \boxed{\text{う}} = 1501 \text{ です。}$$