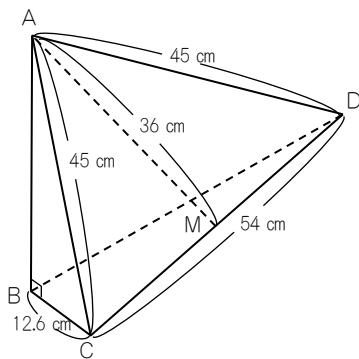


最難関問題

三角すいの回転

下の図の三角すい $ABCD$ において、点 M は辺 CD を二等分し、角 ABC は 90° です。三角すい $ABCD$ を、辺 AC を軸に 1 回転させるとき、以下の問いに答えなさい。円周率は 3.14 とします。



(1) 辺 AD が通過する部分の面積を求めなさい。

(2) 三角形 ACB と ACD の両方が通過する部分の体積を求めなさい。

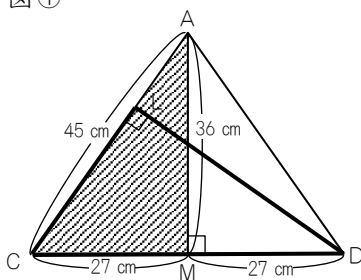
最難関問題

三角すいの回転 (1) 6104.16 cm^2 (2) $\frac{923160}{169} \text{ cm}^3$ ($5462\frac{82}{169} \text{ cm}^3$)

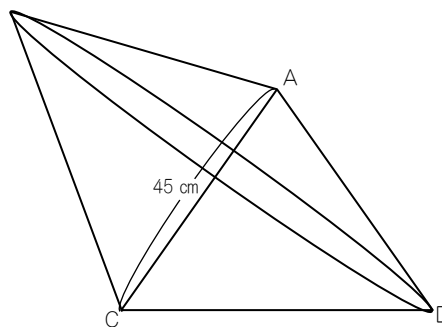
(1) 回転において点Dが描く線は、図①の辺ACと垂直に交わる線DLを半径とする円の円周になります。AMと辺CDは垂直に交わるので、斜線部分の三角形ACMは3辺の長さの比が27:36:45=3:4:5の直角三角形になります。太線でかこんだ三角形CDLは三角形ACMと相似形なので、DLの長さは、 $54 \times \frac{4}{5} = 43.2$ (cm) です。

点Aは回転軸AC上にあるので、辺ADが通過する部分は図②のように円すいの側面となります。よって、(母線) × (半径) × (円周率) = $45 \times 43.2 \times 3.14 = 6104.16$ (cm²) です。

図①

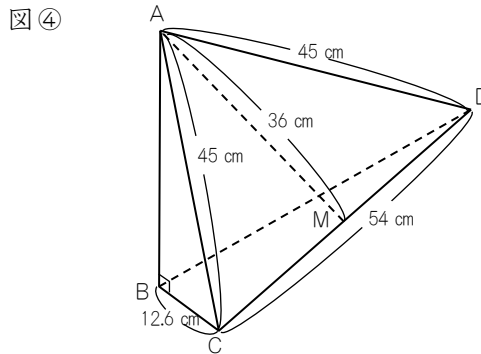
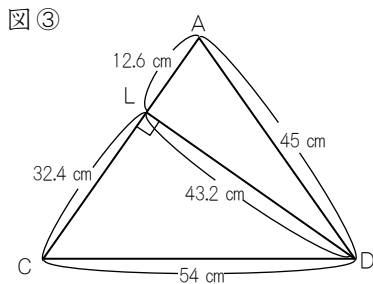


図②

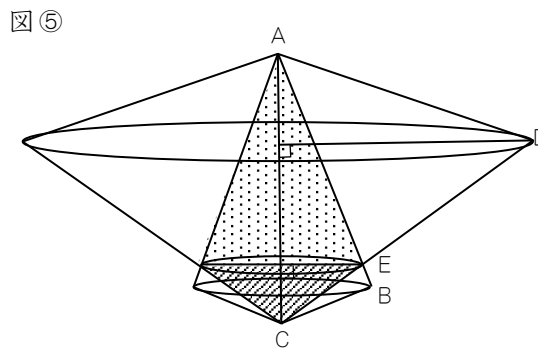
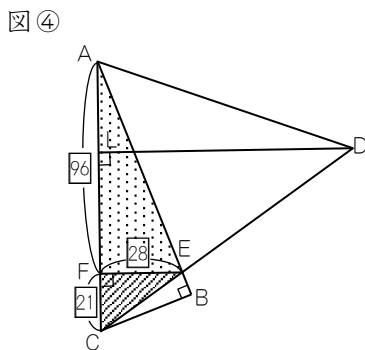


最難関問題

(2) 図③の三角形ADLと図④の三角形ABCは合同なので、辺ABの長さは43.2cmです。三角形ABCは3辺の長さの比が、12.6 : 43.2 : 45 = 7 : 24 : 25の直角三角形です。



三角形ACBとACDが回転によって通過する部分は、図④においてACを軸に三角形ACBとACDを1回転させたときにできる図⑤の円すいを組み合わせた立体です。よって、重なり合う部分は、図④の三角形ACEが通過する立体です。



CF : FE = 3 : 4, FE : FA = 7 : 24であることから、CF : FE : FA = 21 : 28 : 96,

21 + 96 = 117 = 45 cm, 28 = 45 × $\frac{28}{117}$ = $\frac{140}{13}$ (cm) です。よって、重なり合う部分の体積は、

$$\frac{140}{13} \times \frac{140}{13} \times 3.14 \times 45 \times \frac{1}{3} = \frac{923160}{169} = 5462 \frac{82}{169} \text{ (cm}^3\text{)} \text{ です}$$