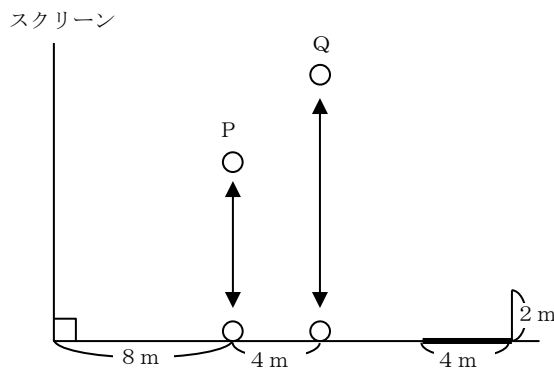


## 最難関問題

### ボールの影

地面に対して垂直に、十分な大きさのあるスクリーンがたっています。また、スクリーンから 8 m 離れたところにはボールの形をした物体 P があり、物体 P は毎秒 1 m の速さで、地面から 8 m 上空へ進み、再び地面に戻るという運動を繰り返します。スクリーンから 12 m 離れたところには同じくボールの形をした物体 Q があり、物体 Q は毎秒 1 m の速さで、地面から 12 m 上空へ進み、再び地面に戻るという運動を繰り返します。

いま、物体 P と Q が同時に地面から上空に向かって進みはじめました。物体 P と Q の大きさは考えません。このとき地面に 2 m の棒をまっすぐ立てると、図のように 4 m の影ができました。

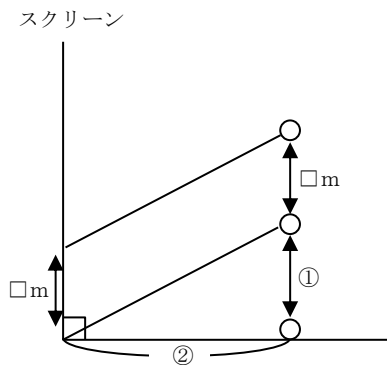


- (1) スクリーンに映る物体 P と Q の影が 1 回目に重なるのは、何秒後ですか。
- (2) スクリーンに映る物体 P と Q の影が 2 回目に重なるのは、何秒後ですか。
- (3) 1000 秒後までに、スクリーンに映る物体 P と Q の影は何回重なりますか。

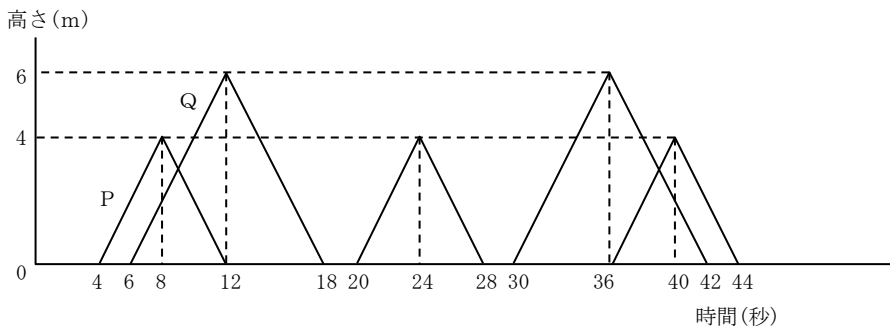
最難関問題

ボールの影 (1) 9 秒後 (2) 3 9 秒後 (3) 4 2 回

物体 P, Q とスクリーンに映る影の動きをまずは考えましょう。図のように, 地面にあるときのボールからスクリーンまでの距離が②のとき, ボールが①の高さより上に来ると影がスクリーンに映り始めます。影がスクリーンに映っている間, ボールが動いた分だけ影はスクリーン上を動きます。



物体 P は, スクリーンから 8 m 離れているので, 高さが 4 m 以上のときに影がスクリーンに映ります。また, 物体 Q は, スクリーンから 1 2 m 離れているので, 高さが 6 m 以上のときに影がスクリーンに映ります。このことから, 2 つの物体が動き始めてからの時間とスクリーンに映る影の高さの関係をグラフにすると, 次のようになります。P は 1 6 秒周期, Q は 2 4 秒周期で動きますから, 最小公倍数の 4 8 秒間で考えます。



(1) 8 秒後に P の影の高さは 4 m, Q の高さは  $1 \times (8 - 6) = 2$  (m) ですから,  
 $8 + (4 - 2) \div (1 + 1) = 9$  (秒後) に重なります。

(2) 3 6 秒後に P の影の高さは 0 m, Q の高さは 6 m ですから,  
 $3 6 + (6 - 0) \div (1 + 1) = 3 9$  (秒後) に重なります。

(3)  $1 0 0 0 \div 4 8 = 2 0$  回余り 4 0 秒ですから,  $2 \times 2 0 + 2 = 4 2$  (回) です。