最難関問題

近さの範囲・正多角形

図１の正方形ＡＢＣＤにおいて，斜線部分から最も近い頂点はＡ，次がＤ，次がＢ，最後がＣとなっています。このとき，斜線部分を＜ＡＤＢＣの部分＞とよぶことにします。

図１

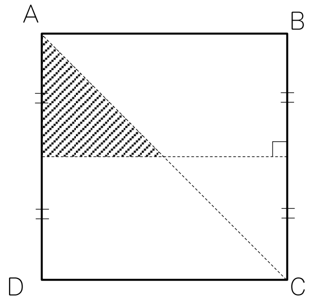


図２

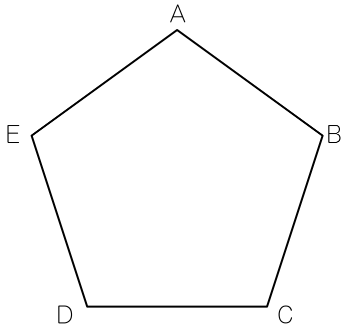
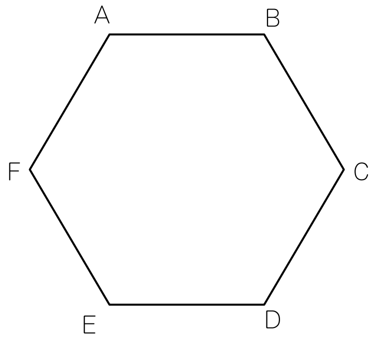


図３



（１）図２の正五角形ＡＢＣＤＥにおいて，＜ＤＥＣＡＢ＞の部分を斜線で示しなさい。

（２）図３の正六角形ＡＢＣＤＥＦにおいて，＜□□□Ａ□□＞の部分，つまりＡが４番目に近い頂点となっている部分を斜線で示しなさい。

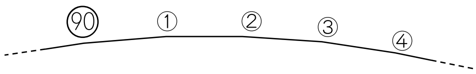
（３）正九十角形の頂点を，図４のように時計回りに①，②，③，④，…，90としますべ。次のいずれかの条件を満たす部分の面積の合計は，正九十角形の面積の何倍ですか。

○ 頂点①が３０番目に近い頂点である

○ 頂点44が６５番目に近い頂点である

○ 頂点66が８０番目に近い頂点である

図４



受験算数の基礎

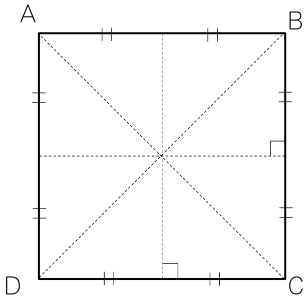
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

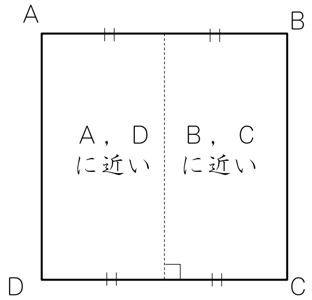
近さの範囲・正多角形　（１）以下の図⑥参照　（２）以下の図⑨参照　（３）$\dfrac{1}{45}$倍

（１）正方形には図①のように線対称の軸が４本あり，図②，③のように対称の軸によって分けられた部分は，近くにある頂点が別になっています。

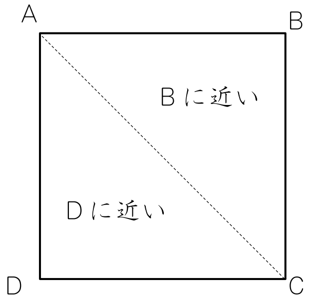
図①



図②

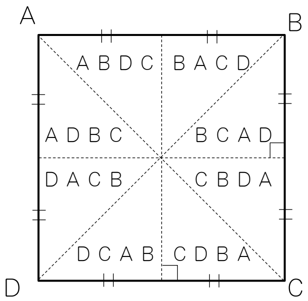


図③

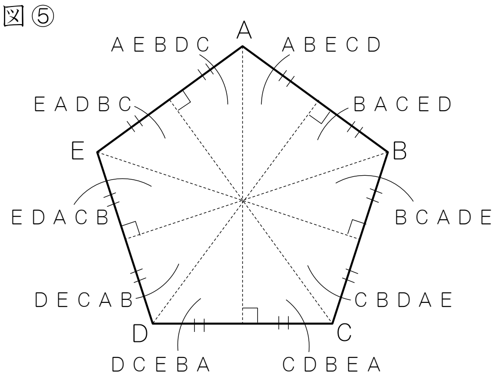


こうして，正方形は図④，正五角形は図⑤のように分けられますから，図⑥が答えとなります。なお，直角の記号と長さの等号は一方があれば充分ですし，そのほかの対称の軸がかき込んであっても正解です。

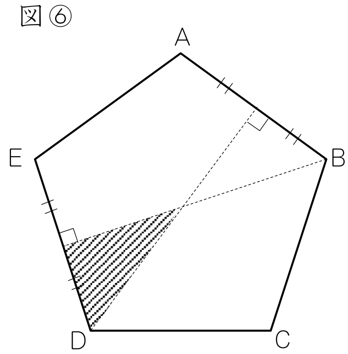
図④



図⑤



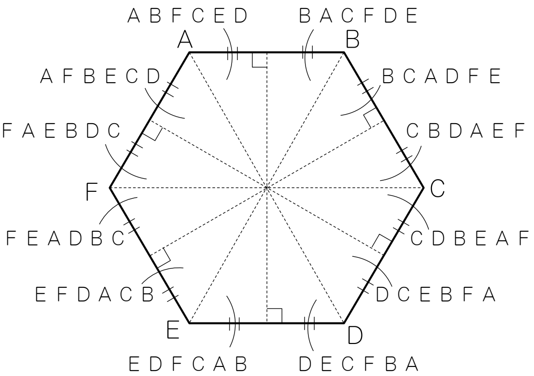
図⑥



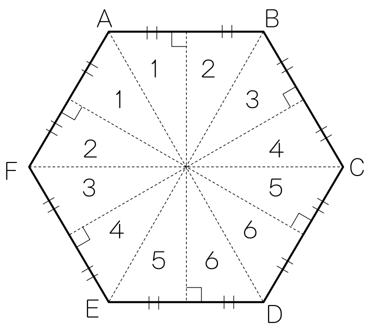
最難関問題

（２）同様に，正六角形は図⑦のような部分に分かれます。頂点Ａが何番目に近いかを各部分に書き込むと，図⑧のようになるので，図⑨が答えです。なお，直角の記号と長さの等号は一方があれば充分ですし，そのほかの対称の軸が書き込んであっても正解です。

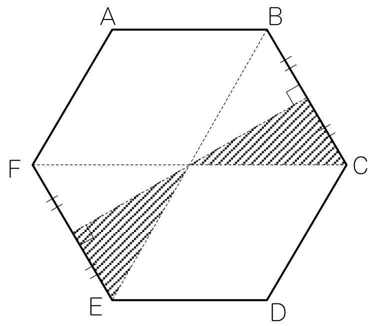
図⑦



図⑧



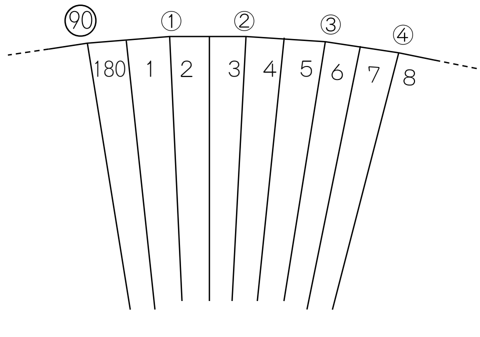
図⑨



（３）正九十角形は，９０本（正Ｎ角形に対称の軸はＮ本あります）の対称の軸によって，図⑩のように１８０個の部分に分かれます。

頂点①に接した左の部分から順に第１部分，第２部分，…と名付けることにすると，頂点①が一番近い頂点である部分は第１部分と第２部分，２番目に近い頂点である部分は，第１８０部分と第３部分ですから，３０番目に近い頂点である部分は，

図⑩



２＋３０－１＝３１より第３１部分と，第１部分は第１８１部分としてとらえることができるので，１８１－（３０－１）＝１５２より，第１５２部分です。

頂点㊹が一番近い頂点である部分は第８７部分と第８８部分ですから，６５番目に近い頂点である部分は８８＋６５－１＝１５２，８７－（６５－１）＝２３より，第１５２部分と第２３部分です。

頂点66が一番近い頂点である部分は第１３１部分と第１３２部分ですから，８０番目に近い頂点である部分は１３２＋８０－１＝２１１，２１１－１８０＝３１より第３１部分と，１３１－（８０－１）＝５２より，第５２部分です。

以上より，第２３，３１，５２，１５２部分が条件を満たします。１８０個の部分は正九十角形の面積を１８０等分しているので，$\frac{4}{180}=\frac{1}{45}$（倍）です。