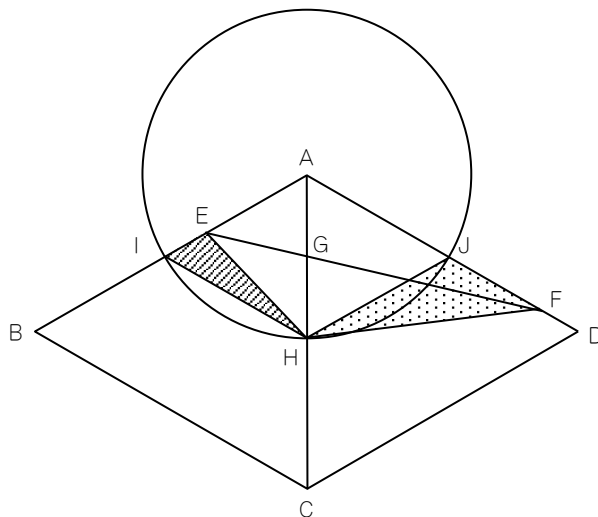


円・正三角形と調和平均

下の図において、三角形ABCとACDは正三角形です。辺AB上の点Eと辺AD上の点Fを結ぶ直線が辺ACと交わる点をGとし、 $AG:GH=1:1$ となるように辺AC上に点Hをとります。点Aを中心とし、AHが半径となる円をかき、その円周と辺ABの交わる点をI、辺ADと交わる点をJとします。

三角形EHIの面積が $100\text{ cm}^2$ 、三角形FHJの面積が $256\text{ cm}^2$ のとき、AEとAFの長さの比を求めなさい。

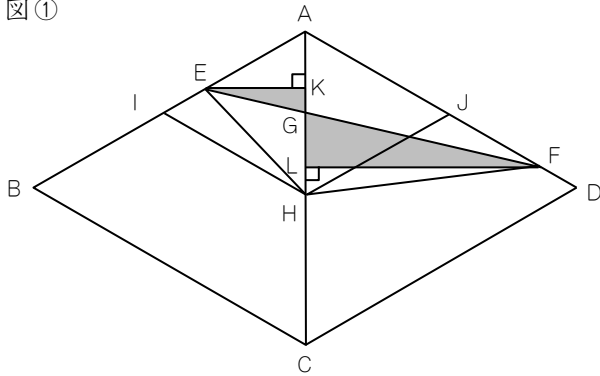


円・正三角形と調和平均 25 : 64

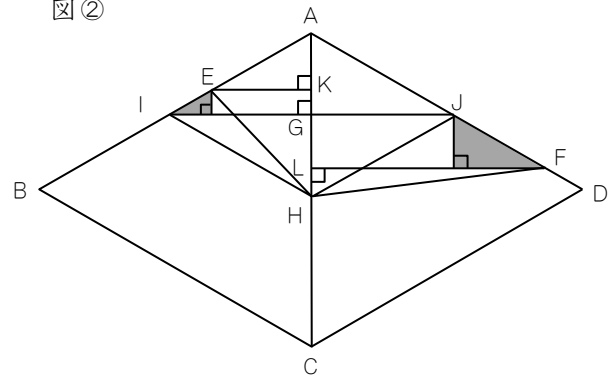
図①のように点K, Lを辺AC上にとると、影をつけた直角三角形GEKとGFLは相似で、  
 $EK : FL = AE : AF$ なので、 $KG : LG = AE : AF$ です。

図②の影をつけた三角定規型の直角三角形を作ると、EIの長さはKGの長さの2倍で、JFの長さはL  
 Gの長さの2倍です。よって、 $EI : JF = KG : LG = AE : AF$ です。

図①

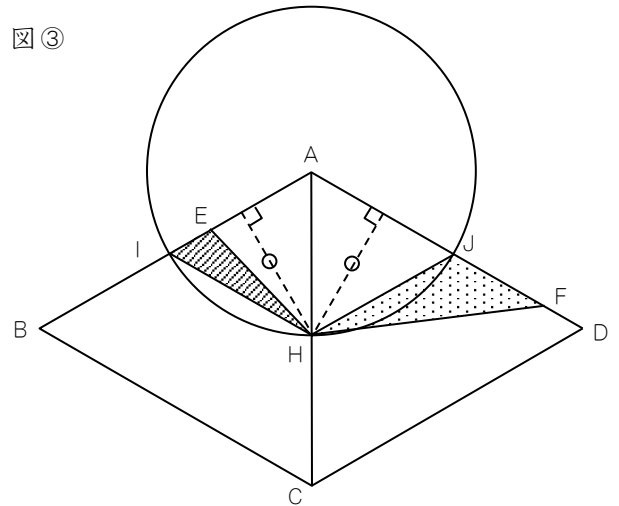


図②



三角形EHIと三角形FHJの面積の比は、  
 $100 : 256 = 25 : 64$ です。底辺EIとJFの長さ  
 の比は $AE : AF$ であり、図③において点線で示した高さは  
 等しいので、 $AE : AF = 25 : 64$ です。

図③



**調和平均**

この問題では、 $AE : AF = EI : JF$ になっていますが、 $EI = AH - AE$ で、 $JF = AF - AH$ です  
 から、 $AE : AF = (AH - AE) : (AF - AH)$ です。このとき、AHの長さをAEとAFの長さの  
 「調和平均」になっている、といいます。