最難関問題

正方形－円の回転数

対角線の交点から一辺の中点に向けて矢印が書いてある正方形が，図１の㋐の位置で，矢印が円の中心Ｏを指すように円に接しています。正方形の１辺の長さは円周の長さの$\frac{1}{6}$倍です。

図１

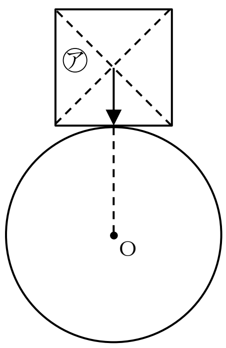


図２

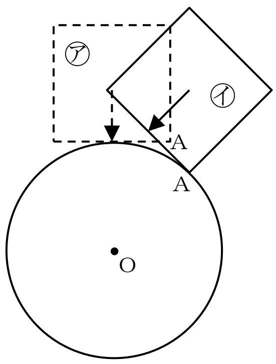


図３

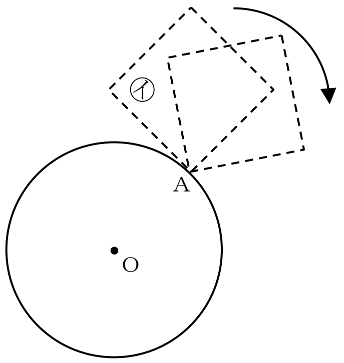


図１の㋐の位置から，正方形が円のまわりを時計まわりにすべることなく転がります。

（１）図２のように，正方形の頂点Ａが始めて円と接する位置を㋑とします。㋑の位置にきたとき，矢印の方向は図１の方向から時計回りに何度回転していますか。ただし，図は正確とはかぎりません。

（２）㋑の位置から，正方形は図３のように頂点Ａを円に接したまま回転します。その後，頂点Ａは円から離れて正方形は時計回りに転がり続けます。頂点Ａが円から離れるとき，矢印の方向は図１の方向から時計回りに何度回転していますか。ただし，図は正確とはかぎりません。

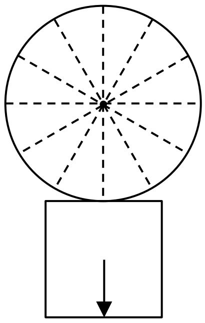
（２枚目に続きます）

最難関問題

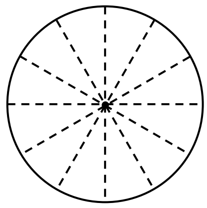
（３）

①　正方形が転がり始めてから，はじめて矢印が図１と同じ方向を指したときの様子を，例にならって解答欄にかきなさい。

例



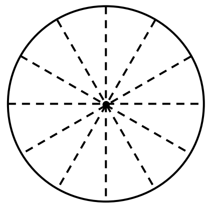
解答欄



②　正方形が再びアの位置にきて，矢印が円の中心を指すのは，正方形が円のまわりを何周したときですか。

③　正方形が転がり始めてから，矢印が２４回目に図１と同じ方向を指したときの様子を，解答欄にかきなさい。

解答欄



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

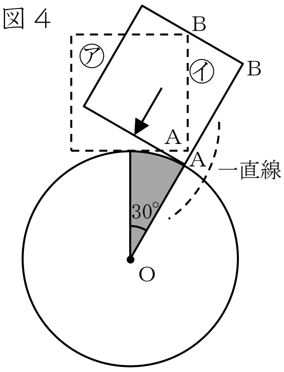
正方形－円の回転数

（１）３０度　（２）１２０度

（３）① 解説の図１０参照　② ２周　③ 解説の図１１参照

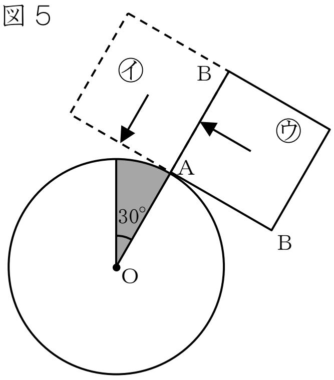
（１）㋑の位置にくるまでに，正方形の辺と触れた円周の部分は，円周全体の，$\frac{1}{6}\div 2=\frac{1}{12}$（倍）ですから，図４において影をつけたおうぎ形の中心角は，$360\times\frac{1}{12}=30$（度）です。このとき，３点Ｏ，Ａ，Ｂは一直線になるので，正方形の辺ＡＢは㋐の位置より３０度時計回りに傾いています。よって，辺ＡＢと平行な矢印も時計回りに３０度回転しています。

図４



（２）㋑の位置で円と接している頂点Ａは，正方形が図５の㋒の位置にきたときに円から離れます。㋑から㋒までで正方形は時計まわりに９０度回転するので，矢印も時計回りに９０度回転します。よって，最初の位置からは時計まわりに，３０＋９０＝１２０（度）回転します。

図５



最難関問題

（３）

① ㋒の位置から正方形は再び円のまわりを時計回りに転がります。今度は円周の$\frac{1}{6}$を転がったところで頂点Ｂが円と接するので，図６において影をつけたおうぎ形の中心角は，３６０×$\frac{1}{6}$＝６０（度）です。

（１）同様に正方形も６０度回転するので，矢印は図１の方向から時計まわりに，１２０＋６０＝１８０（度）回転しています。㋓の位置で正方形は再び頂点を円に接したまま９０度回転をし，図７の㋔の位置にきます。矢印は図１の方向から，１８０＋９０＝２７０（度）回転しています。

同様にして，図８において㋔の位置から正方形は円周上を６０度転がるとともに，自らも６０度回転して㋕の位置に進みます。矢印は図１の向きから，２７０＋６０＝３３０（度）回転しています。次に，図９において頂点を円周に接したまま３０度回転すると，矢印が図１の方向から３３０＋３０＝３６０（度）回転して同じ方向を指します。よって，①の答えは図１０です。

図６

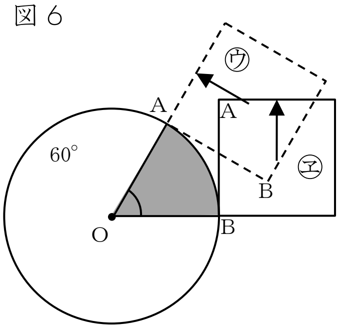


図７

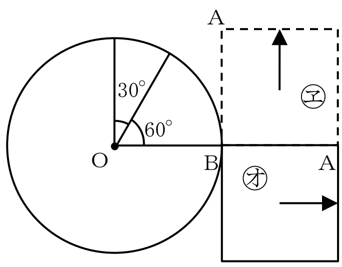


図８

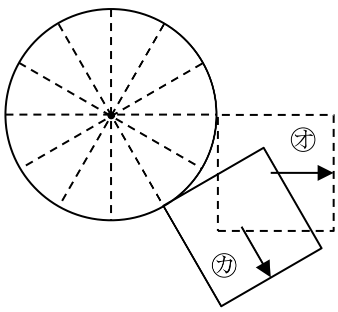


図９

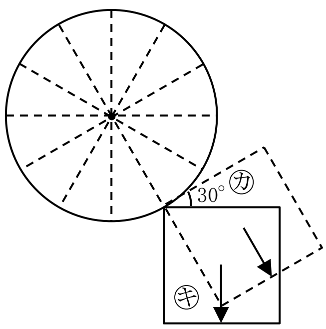
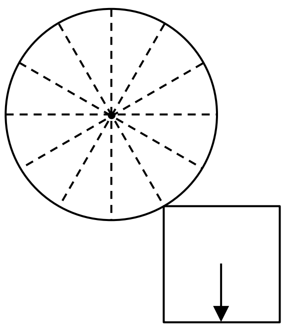


図１０



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

②　このように，正方形は最初円周を３０度転がるとともに自らも３０度回転し，以降は円周上の１点で９０度回転し，円周上を６０度転がるとともに自らも６０度回転する，ということをくり返します。よって，正方形は以下のような周期で動きます。表の太線で囲った部分ごとに，正方形は３６０度回転するので，矢印が最初と同じ方向を指します。

円周上の転がり（度）	30	0	60	0	60	0		60	0	60	0	60	0	60	0	60
正方形の回転（度）	30	90	60	90	60	30	60	60	90	60	90	60	90	60	90	60

円周上の転がり（度）	0	60	0	60	0		60	0	60	0	30	30	…
正方形の回転（度）	90	60	90	60	60	30	60	90	60	90	30	30	…

　正方形が円周上を転がった角度は，１回目の周期で３０＋６０＋６０＝１５０（度），２回目の周期で１５０＋６０＋６０＝２７０（度），３回目の周期で２７０＋６０＋６０＋６０＝４５０（度），４回目の周期で４５０＋６０＋６０＝５７０(度)，５回目の周期で５７０＋６０＋６０＋３０＝７２０(度)ですから，７２０÷３６０＝２より，円のまわりを２周して正方形は㋐の位置で円の中心を指します。

③　以上より，正方形は円を２周する間に５回矢印が図１と同じ方向を指す，ということをくり返します。２４÷５＝４余り４より，４回目の周期である５７０度＝５７０－３６０＝２１０（度）円周上を転がった位置で矢印が図１と同じ方向を指すので，図１１のようになります。

図１１