受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

Ｎ進法の位の数の指定

１，２，３，４，１０，１１，１２，１３，１４，２０，２１，２２，…のように，各位の数が０～４のいずれかである整数を並べ，小さいほうからｎ番目の数を＜ｎ＞で表します。＜１＞＝１，＜５＞＝１０，＜１２＞＝２２です。

（１）＜ｎ＞＝２３０４のように，＜ｎ＞の百の位が３となるようなｎのうちで最も小さい整数と，小さいほうから９９番目の整数を答えなさい。

（２）＜ｎ＞の百の位が３で一の位が１となるようなｎのうちで小さいほうから９９番目の整数を答えなさい。

（３）＜ｎ＞の百の位が３で一の位が１となるようなｎを３５で割ったところ，余りが１になりました。このようなｎのうちで最も小さい整数と，小さいほうから９９番目の整数を答えなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

Ｎ進法の位の数の指定　（１）７５，４７４　（２）２４６６　（３）１７３２６

（１）０～４の数字だけで整数を表すので，５進法の問題として考えることができます。＜ｎ＞＝２３０４を例にとると，５進法の２３０４を１０進法に直すことになるので，
ｎ＝５×５×５×２＋５×５×３＋５×０＋１×４＝３２９です。
また，＜３３３＞の値を求めることは，１０進法を５進法に直すことにあたるので，
３３３＝１２５×２＋２５×３＋５×１＋１×３より，＜３３３＞＝２３１３です。
　＜ｎ＞の百の位が３となるということは，５進法の２５の位が３であるということです。最小の場合は，＜ｎ＞＝３００で，ｎ＝２５×３＝７５です。また，３けたの３△▲の整数は，△と▲にあてはまる数がどちらも０～４の５通りなので，５×５＝２５（個）あることから，９９÷２５＝３余り２４より，千の位は０，１，２，３の３，十の位と一の位は５進法で２４を表して４４なので，３３４４です。
＜ｎ＞＝３３４４より，ｎ＝１２５×３＋２５×３＋５×４＋１×４＝４７４です。

（２）□３△１の△にあてはまる数は０～４の５通りあるので，９９÷５＝１９余り４より，
□３３１という形の整数です。５進法の３３１を１０進法に直すと２５×３＋５×３＋１＝９１であり，商の１９は□３３１という形の整数の２０番目ということなので，
ｎ＝１２５×（２０－１）＋９１＝２４６６です。

（３）□３△１は，３△１が１０進法では７５＋１＋５×０～４なので，７６，８１，８６，９１，９６にあたり，□の部分は１０進法に直すと１２５の倍数になるので，
ｎは，１２５の倍数＋（７６，８１，８６，９１，９６）にあたります。これらを３５で割った剰余は以下のように，それぞれ５ずつと，１２５÷３５＝３余り２０より２０ずつ増える（ただし３５を越えると３５引き算される）周期になります。

	0	125	250	125×3	125×4	125×5	125×6	125×7	…
÷３５の余り	0	２０	5	２５	１０	３０	１５	0	…

	７６	８１	８６	９１	９６
÷３５の余り	6	１１	１６	２１	２６

　この周期を利用すると，例えば１２５×４＋９６は，１０＋２６＝３６，３６－３５＝１より，３５で割った余りが１であるとわかります。このようにして３５で割った剰余が１となる１２５の倍数と（７６，８１，８６，９１，９６）の組みあわせを調べると，次のようになります。

	0	125	250	125×3	125×4	125×5	125×6	125×7	…
÷３５の余り	0	２０	5	２５	１０	３０	１５	0	…
	なし	８６	なし	８１	９６	７６	９１	なし	…

条件を満たす整数は１２５×６までの周期中に５個あるので，９９÷５＝１９余り４より，
１２５×（５＋７×１９）＋７６＝１７３２６です。