

ビー玉と箱・2

太郎君は68個のビー玉をA, B, C, D, E, Fの6つの箱に分けて入れます。このとき、箱に入っているビー玉の個数はすべて異なり、多い順にA, B, C, D, E, Fとなるようにします。また、どの箱にも少なくとも1個はビー玉を入れることとします。

(1) Cの箱に入れたビー玉は最も多くて何個ですか。

(2) と中でA, B, Eの箱に入っているビー玉の個数を数えてみると、Aの箱は17個、Bの箱は15個、Eの箱は5個でした。68個のビー玉をすべて箱に入れたとき、Cの箱に入れたビー玉は最も多くて何個ですか。また、そのときに6つの箱に入れたビー玉の個数の組み合わせは何通り考えられますか。

ビー玉と箱・2 (1) 19個 (2) 17個, 8通り

(1) 図①のように, D, E, Fの箱のビー玉はそれぞれ3個, 2個, 1個とします。このとき, A～Cの箱のビー玉はあわせて $68 - (1 + 2 + 3) = 62$ (個) です。 $62 \div 3 = 20$ あまり2より, だいたい平均して20くらいで和が62以下となるように分けると, 図②のようになります。

$62 - (19 + 20 + 21) = 2$ ですが, この2個のビー玉をCの箱に入れることはできないので, 19個がもっとも多い個数です。

図①

A	B	C	D	E	F
			3	2	1

図②

A	B	C	D	E	F
21	20	19	3	2	1

(2) 図③の状態から考えることができるDとFの箱のビー玉の個数は最も少なくてもそれぞれ6個と5個ですから, 図④のようになります。このとき, 残りのビー玉は $68 - (1 + 5 + 6 + 15 + 17) = 24$ (個) です。

図③

A	B	C	D	E	F
17	15			5	

図④

A	B	C	D	E	F
17	15		6	5	1

ここで, Cの箱に14個ビー玉を入れると, 図⑤のようになってビー玉は残り $24 - 14 = 10$ (個) です。まず, そこからBとCの箱に1個ずつビー玉を入れると図⑥のようになって残りは8個です。

図⑤

A	B	C	D	E	F
17	15	14	6	5	1

図⑥

A	B	C	D	E	F
17	16	15	6	5	1

次に、A, B, C の箱にビー玉を 2 個ずつ入れると図⑦のようになって、残りは $8 - 2 \times 3 = 2$ (個) です。

図⑦

A	B	C	D	E	F
19	18	17	6	5	1

この 2 個のビー玉を入れることができる箱の組み合わせは、(A, A), (A, B), (A, D), (A, F), (D, D), (D, E), (D, F), (F, F) の 8 通りです。

よって、17 個で 8 通りが答えとなります。