受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

何筆(ふで)書きの問題

図形を最も少なくて何筆でかけるかを考えます。図１は１筆，図２は２筆でかくことができます。

図１

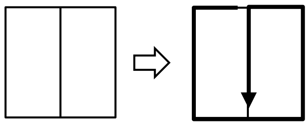
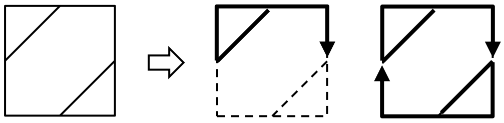
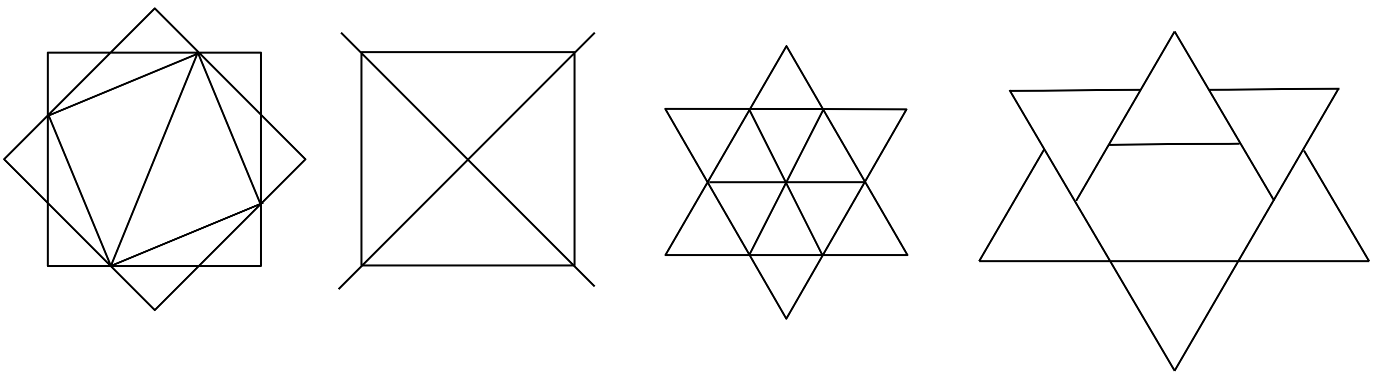


図２



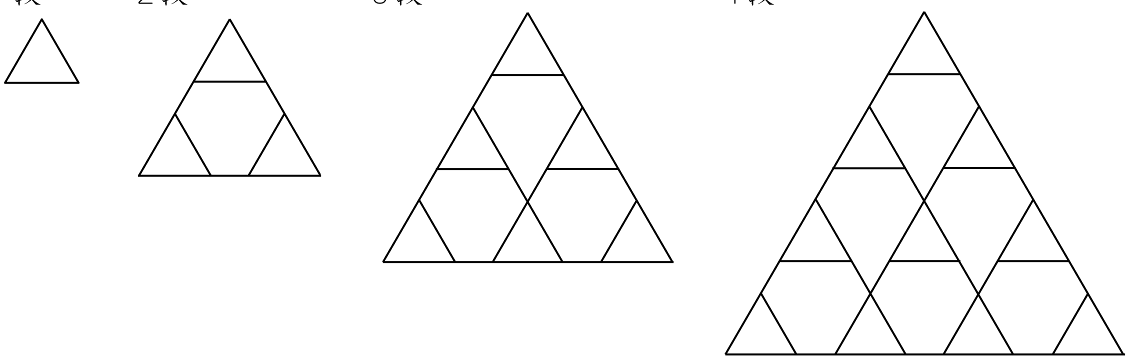
（１）①～④の図は最も少なくてそれぞれ何筆でかくことができますか。

① ② ③ ④



（２）下の図のように正三角形を並べていきます。１０段並べてできる図形は，最も少なくて何筆でかくことができますか。

１段 ２段 ３段 ４段 …

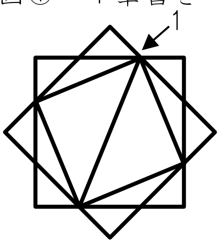


最難関問題

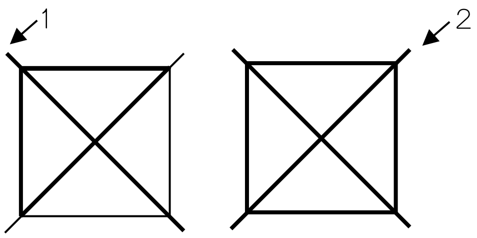
何筆書きの問題　（１）①１筆　②２筆　③３筆　④４筆　（２）６３筆

（１）以下の図①～④において数字はそれぞれのかき始めの頂点を表します。かき方は色々とあるので，一例です。

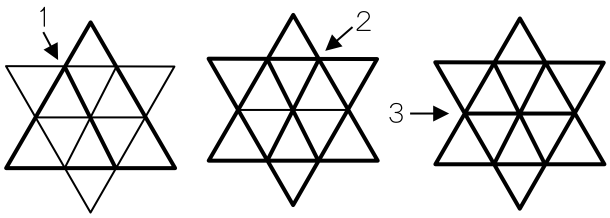
図①　１筆書き



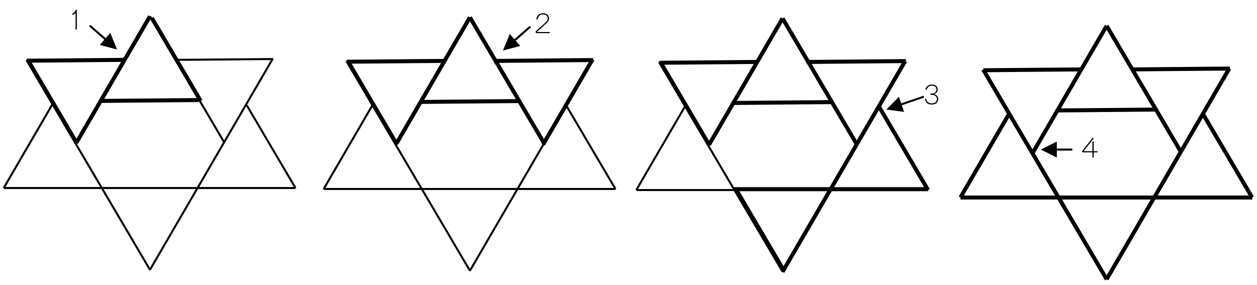
②　２筆書き



図③　３筆書き

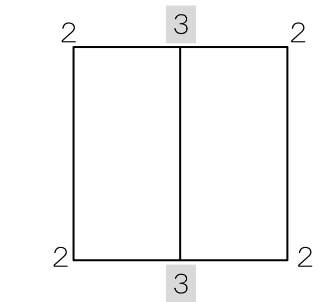


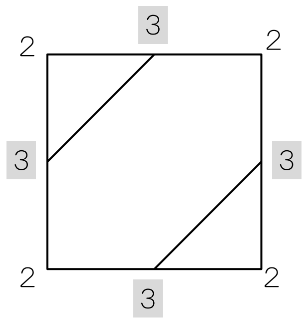
図④　４筆書き

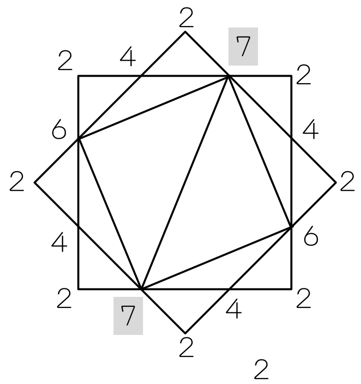


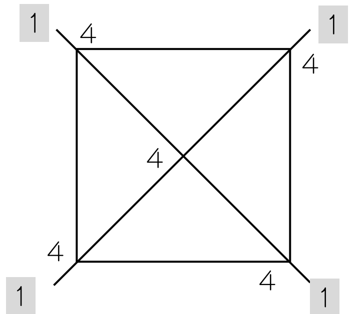
最難関問題

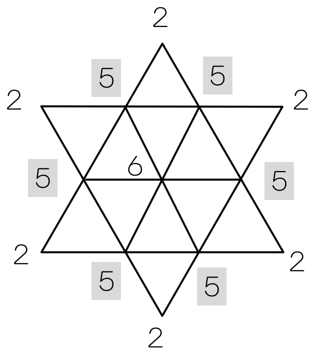
（２）オイラーの一筆書きの定理をご存じの方は多いことでしょう。図形の頂点につながっている辺の数をかきこむと，次のようになります。

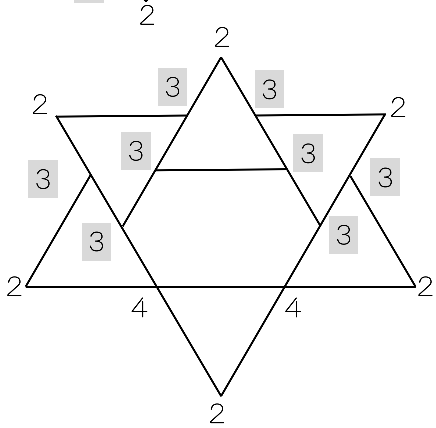








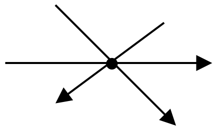




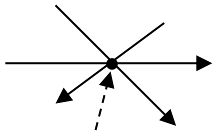
奇数の頂点には影をつけています。例及び（１）から，最も少ない回数は，
（奇数の頂点の個数）÷２となっていることがわかります。

オイラーの一筆書きの定理によれば，すべての頂点が偶数か，２個の頂点だけ奇数で残りが偶数であれば，一筆書き可能です。偶数の頂点は図⑤のように通過することができますが，奇数の頂点は図⑥のように必ず行き止まってしまうので，奇数の頂点が２個であれば一方をスタート地点，他方をゴール地点とできるからです。

図⑤



図⑥

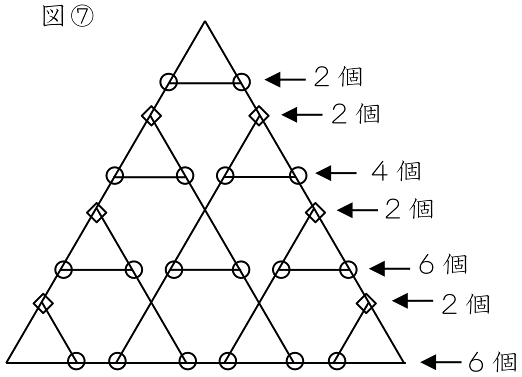


２筆書き以上の場合，毎回奇数の頂点をスタートとゴールにすることで，奇数の頂点は偶数（０も含めて）の頂点になるので，（奇数の頂点の個数）÷２の回数でかくことができる，ということです。

最難関問題

（２）の４段の図形の奇数の頂点に○印と◇印をつけると，図⑦のようになります。

図⑦



１０段の場合，
○印の頂点は，２＋４＋６＋８＋…＋１６＋１８＋１８＝１０８（個），
◇印の頂点は，２×９＝１８（個）なので，あわせて１０８＋１８＝１２６（個）です。
１２６÷２＝６３より，６３筆です。