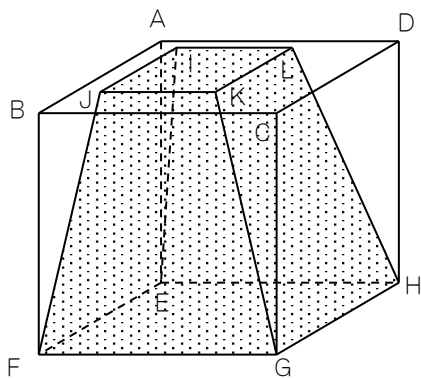


## 最難関問題

### 踏み台型立体の問題

1 辺の長さが 6 cm の立方体  $A B C D - E F G H$  の面  $A B C D$  上に、面積が  $12 \text{ cm}^2$  の長方形  $I J K L$  があ  
り、辺  $I J$  は辺  $A B$  と平行、辺  $J K$  は辺  $B C$  と平行で、辺  $I J$  の長さは辺  $J K$  の長さと同じかより長いもの  
とします。

正方形  $E F G H$ 、長方形  $I J K L$  と、四角形  $I J F E$ 、 $J K G F$ 、 $K L H G$ 、 $L I E H$  を面とする下の図  
のような立体を  $X$  とします。



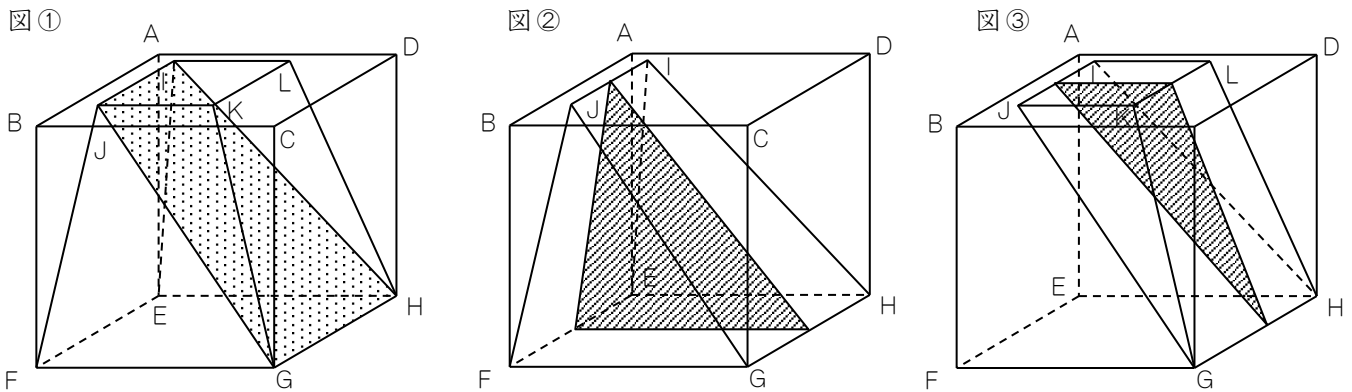
(1)  $I J = 4 \text{ cm}$ 、 $J K = 3 \text{ cm}$  のとき、立体  $X$  の体積は何  $\text{cm}^3$  ですか。

(2) 立体  $X$  の体積が  $139 \text{ cm}^3$  のとき、辺  $I J$  と  $J K$  の長さを求めなさい。

最難関問題

踏み台型立体の問題 (1)  $138 \text{ cm}^3$  (2)  $I J = 4 \frac{1}{2} \text{ cm}$ ,  $J K = 2 \frac{2}{3} \text{ cm}$

(1) 立体Xを図①のように四角形IJKLで2つに分け、頂点Fを含む立体を立体Y、頂点Lを含む立体を立体Zとします。



立体Yは図②の斜線で示した三角形を底面とみると、IJとEFとHGの3つの辺が高さにあたる、切断した三角柱の形をしているので、(底面積) × (高さの平均) によって体積を求めることができます。

よって、 $6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{4 + 6 \times 2}{3} = 96 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

立体Zは図③の斜線で示した三角形を底面とみると、LKとHGの3つの辺が高さにあたる、

切断した三角柱の形をしているので、 $3 \times 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{4 \times 2 + 6}{3} = 42 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

よって、立体Xの体積は、 $96 + 42 = 138 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。このように、長方形IJKLが面ABCDのどの位置にあっても、立体Xの体積は変わりません。

## 最難関問題

(2)  $I J = \square \text{ cm}$ ,  $J K = \triangle \text{ cm}$ とすると,  $\square \times \triangle = 12$ です。立体Xの体積については, (1)と同様に立体YとZに分けて考えます。

立体Yの体積は, (底面積)  $\times$  (高さの平均) より,  $6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{\square + 6 \times 2}{3} = 6 \times \square + 72 \text{ (cm}^3\text{)}$

です。立体Zの体積は,  $\triangle \times 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{\square \times 2 + 6}{3} = \triangle \times \square \times 2 + 6 \times \triangle = 24 + 6 \times \triangle \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

よって, 立体Xの体積は,  $6 \times \square + 72 + 24 + 6 \times \triangle = 96 + 6 \times (\square + \triangle) \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

$96 + 6 \times (\square + \triangle) = 139$ より,  $\square + \triangle = \frac{43}{6}$ となるので, 和が $\frac{43}{6}$ で積が12となる2つの数

を求めればよいこととなります。ここで,  $\square = \frac{x}{6}$ ,  $\triangle = \frac{y}{6}$ とします。

$\frac{x}{6} + \frac{y}{6} = \frac{43}{6}$ より,  $x + y = 43$ です。また,  $\frac{x}{6} \times \frac{y}{6} = \frac{x \times y}{36} = 12 = \frac{432}{36}$ より,  $x \times y = 432$ です。

積が432となる2数の組を調べていくと, この条件を満たすのは, 16と27です。

$x = 27$ ,  $y = 16$ より,  $I J = \frac{27}{6} = 4\frac{1}{2} \text{ (cm)}$ ,  $J K = \frac{16}{6} = 2\frac{2}{3} \text{ (cm)}$ です。