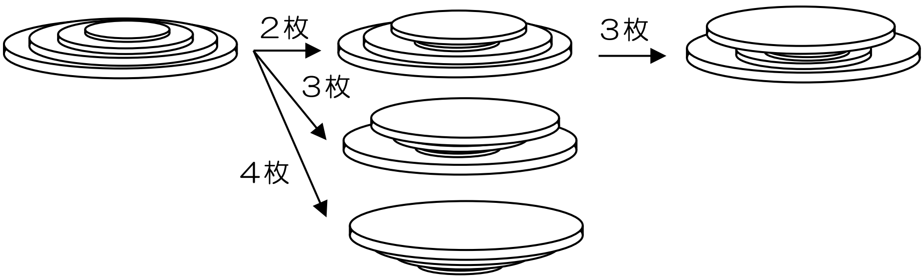
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

コインの裏返し（最難関）

４枚の大きさの異なるコインがあり，小さい順に１のコイン，２のコイン，３のコイン，４のコインとします。最初，４枚のコインは上から１，２，３，４の順に積んであります。このコインを，上から２～４枚つかんでひっくり返すということを何回か行います。



（１）２回ひっくり返したときに，１のコインが，
上から１番目にくるようなひっくり返し方は$\boxed{\text{あ}}$通り，
上から２番目にくるようなひっくり返し方は$\boxed{\text{い}}$通り，
上から３番目にくるようなひっくり返し方は$\boxed{\text{う}}$通りです。

（２）３回ひっくり返したときに，１のコインが上から２番目にくるようなひっくり返し方は
$\boxed{\text{え}}$通りです。

（３）５回ひっくり返したときに，１のコインが上から２番目にくるようなひっくり返し方は
$\boxed{\text{お}}$通りです。

（４）
①　６回ひっくり返したときに，４のコインが上から２番目にくるようなひっくり返し方は
$\boxed{\text{か}}$通りです。

②　①で求めた，６回目に４のコインが上から２番目にくるようなひっくり返し方を△通りとするとき，同じように６回目にａのコインが上からｂ番目にくるようなひっくり返し方も△通りです。（ａ，ｂ）にあてはまる，（４，２）以外の数の組み合わせをすべて答えなさい。

最難関問題

コインの裏返し（最難関）

（１）$\boxed{\text{あ}}$…３通り，$\boxed{\text{い}}$…２通り，$\boxed{\text{う}}$…２通り　（２）７通り　（３）６１通り

（４）①１６１通り　②（２，４），（３，４），（４，３）

（１）２回ひっくり返して１のコインが上から１番目にくるためには，

○１回ひっくり返したときに１のコインが２番目にあって上から２枚ひっくり返す場合

○１回ひっくり返したときに１のコインが３番目にあって上から３枚ひっくり返す場合

○１回ひっくり返したときに１のコインが４番目にあって上から４枚ひっくり返す場合

の３通りがあります。

同様に考えると，２回ひっくり返して１のコインが上から２番目にくるためには，

○１回ひっくり返したときに１のコインが２番目にあって上から３枚ひっくり返す場合

○１回ひっくり返したときに１のコインが３番目にあって上から４枚ひっくり返す場合

の２通りがあります。

２回ひっくり返して１のコインが上から３番目にくるためには，

○１回ひっくり返したときに１のコインが２番目にあって上から４枚ひっくり返す場合

○１回ひっくり返したときに１のコインが３番目にあって上から２枚ひっくり返す場合

の２通りがあります。

（２）３回ひっくり返して１のコインが上から２番目にくるためには，

○２回ひっくり返したときに１のコインが１番目にあって上から２枚ひっくり返す場合

→（１）より３通り

○２回ひっくり返したときに１のコインが２番目にあって上から３枚ひっくり返す場合

→（１）より２通り

○２回ひっくり返したときに１のコインが３番目にあって上から４枚ひっくり返す場合

→（１）より２通り

となるので，３＋２×２＝７（通り）です。

最難関問題

（３）（１）（２）より，１回目から順に場合の数を組み立てて求めていくことが有効だろう，と考えることができます。

コインが上から１番目にくるのは，

〇ひとつ前の段階でコインが上から２番目にあって上から２枚ひっくり返す場合

〇ひとつ前の段階でコインが上から３番目にあって上から３枚ひっくり返す場合

〇ひとつ前の段階でコインが上から４番目にあって上から４枚ひっくり返す場合です。

コインが上から２番目にくるのは，

〇ひとつ前の段階でコインが上から１番目にあって上から２枚ひっくり返す場合

〇ひとつ前の段階でコインが上から２番目にあって上から３枚ひっくり返す場合

〇ひとつ前の段階でコインが上から３番目にあって上から４枚ひっくり返す場合です。

コインが上から３番目にくるのは，

〇ひとつ前の段階でコインが上から１番目にあって上から３枚ひっくり返す場合

〇ひとつ前の段階でコインが上から２番目にあって上から４枚ひっくり返す場合

〇ひとつ前の段階でコインが上から３番目にあって上から２枚ひっくり返す場合です。

コインが上から４番目にくるのは，

〇ひとつ前の段階でコインが上から１番目にあって上から４枚ひっくり返す場合

〇ひとつ前の段階でコインが上から４番目にあって上から２枚ひっくり返す場合

〇ひとつ前の段階でコインが上から４番目にあって上から３枚ひっくり返す場合です。

以上を踏まえると，次の表を書くことができます。

回数	0	1	2	3	4	5
合計（通り）	1	3	9	２７	８１	243
１番目（通り）	1	0	3	6	２１	６０
２番目（通り）	0	1	2	7	２０	６１
３番目（通り）	0	1	2	7	２０	６１
４番目（通り）	0	1	2	7	２０	６１

よって，６１通りです。

最難関問題

（４）

①　２～４のコインについても，最初の位置が異なるだけで，以降の場合の数の求め方は同じになります。４のコインの場合は，次のようになります。

回数	0	1	2	3	4	5	6
合計（通り）	1	3	9	２７	８１	243	729
１番目（通り）	0	1	2	7	２０	６１	182
２番目（通り）	0	0	1	4	１５	５０	161
３番目（通り）	0	0	1	4	１５	５０	161
４番目（通り）	1	2	5	１２	３１	８２	225

よって，１６１通りです。

最難関問題

②　まず，①より（４，３）が１６１通りです。１のコインについては，（３）の表をもう１列増やします。

回数	０	１	２	３	４	５	６
合計（通り）	１	３	９	２７	８１	243	729
１番目（通り）	１	０	３	６	２１	６０	183
２番目（通り）	０	１	２	７	２０	６１	182
３番目（通り）	０	１	２	７	２０	６１	182
４番目（通り）	０	１	２	７	２０	６１	182

１６１通りになる組み合わせはありません。残りは２と３のコインですが，最初の段階で２のコインは上から２番目，３のコインは３番目にあります。（３）のきまりをよく見ると，２番目と３番目については，まったく同じ方法で場合の数が計算されるので，一方のみを考えればよいことになります。２のコインについては次のようになります。

回数	０	１	２	３	４	５	６
合計（通り）	１	３	９	２７	８１	243	729
１番目（通り）	０	１	２	７	２０	６１	182
２番目（通り）	１	１	３	８	２３	６６	193
３番目（通り）	０	１	３	８	２３	６６	193
４番目（通り）	０	０	１	４	１５	５０	161

よって，（２，４）も１６１通りです。３のコイン場合，最初の１列が０１００の代わりに００１０になるだけで，以降は同じになりますから，（３，４）も１６１通りです。