

最難関問題

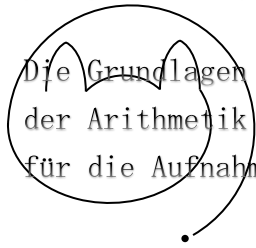
ニュートン時計

太郎君の時計には、「速度調整ねじ」がついています。ねじをしめると、短針と長針が1分間に進む角度を、同じだけ少なくすることができます。2つの針を別々に調整することはできません。ねじが最初の状態のままだと、長針と短針が1分間に進む角度の比は16:5ですが、ねじを締めることで正しい時計にできました。

(1) ねじが最初の状態のままのとき、長針は毎分何度の速さで進みますか。

ある日の12時0分に太郎君はうっかりねじにさわってしまい、それまで正しい時刻を示していた時計が狂ってしまいました。そのままにしておいたところ、2時間6分後に短針は1と2の目盛りの間を指しました。また、長針は3分の位置を指していたため、一応「1時3分」という時刻を示しているように見えました。

(2) ねじによって時計の針の進む角度は1分あたり何度少なくなりましたか。



最難関問題

ニュートン時計 (1) 毎分8度 (2) $2\frac{1}{7}$ 度

(1) ねじによって長針と短針の動く速さの差は変わりませんから、正しい時計にできたということは2つの針の速さの差が毎分 $6 - 0.5 = 5.5$ (度) であったということです。比の差の $16 - 5 = 11$ が 5.5 にあたりますから、比の 16 は 8 にあたります。よって、毎分8度です。

(2) ねじが最初の状態のとき、短針は毎分 $5 \div 2 = 2.5$ (度) の速さで進みます。2時間6分 = 126分より、短針は $2.5 \times 126 = 315$ (度) 以下進んでいますから、短針はまだ時計を1周しておらず、1と2の目盛りの間を指しているということから、進んだ角度は30度から60度の間です。よって、短針の速さは毎分 $\frac{30}{126} = \frac{5}{21}$ (度) から毎分 $\frac{60}{126} = \frac{10}{21}$ (度) の間です。長針の速さは短針よりも毎分 5.5 度速いので、毎分 $\frac{5}{21} + 5.5 = \frac{241}{42}$ (度) から毎分 $\frac{10}{21} + 5.5 = \frac{251}{42}$ (度) の間です。よって、126分間で $\frac{241}{42} \times 126 = 723$ (度) から $\frac{251}{42} \times 126 = 753$ (度) 進んでいます。また、長針が3分の位置にあるということから長針の進んだ角度は360の整数倍に18を加えた角度ですから、 $360 \times 2 + 18 = 738$ (度) であることがわかります。よって長針の速さは、毎分 $738 \div 126 = 5\frac{6}{7}$ (度) です。ねじによって遅くなった分は、 $8 - 5\frac{6}{7} = 2\frac{1}{7}$ より、 $2\frac{1}{7}$ 度です。