最難関問題

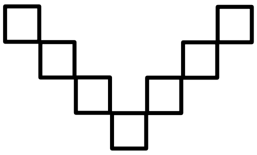
かけ算九九の数表

図１は，かけ算九九のきまりにしたがってできた表の左上の部分を抜き出したもので，図２の枠を重ねてあります。

図１

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121

図２



この表に図２の枠を向きを変えることなくはみ出さずにぴったり重ねたところ，枠に囲まれた数の和が４９３９２になりました。枠に囲まれた７個の数のうち，最も小さい数として考えられるものをすべて答えなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

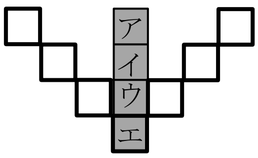
かけ算九九の数表　３０８４，６１７１

　図①の影をつけた部分に注目をすると，１２は６と１８，１８は１２と２４，２４は２０と２８の平均値になっています。１２は表の上から２行目，左から６列目の数で，この２と６を用いると，
１２＝２×６，１８＝２×６＋６×１，２４＝２×６＋６×２，３０＝２×６＋６×３，と表すことができます。このとき，枠に囲まれた７個の整数の和は，
{(２×６）＋（２×６＋６×１）＋（２×６＋６×２)}×２＋（２×６＋６×３）＝２×６×７＋６×９と表すことができます。
　この考え方を利用して，図②のアのマスが表の○行□列にあると考えます。すると，
ア＝○×□，イ＝○×□＋□×１，ウ＝○×□＋□×２，エ＝○×□＋□×３，となるので，枠に囲まれた数の和は，○×□×７＋□×９＝□×（○×７＋９）となります。

図①

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	…
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	
⋮											⋱

図②



　□×（○×７＋９）＝４９３９２であり，素因数分解すると，２×２×２×２×３×３×７×７×７となります。ここで，(○×７＋９）は（７の倍数＋２）なので，□は７×７×７＝３４３の倍数です。よって，（○×７＋９）は２×２×２×２×３×３＝１４４の約数のうちで，７の倍数より２大きい数で，○が１以上の整数であることから，１×７＋９＝１６以上の整数となります。この条件を満たすのは，１６と７２です。

最難関問題

（○×７＋９）＝１６のとき，○＝１，□＝３４３×$\frac{144}{16}$＝３０８７なので，枠に囲まれた最も小さい整数は，１×３０８７－３＝３０８４です。

また，（○×７＋９）＝７２のとき，○＝９，□＝３４３×$\frac{144}{72}$＝６８６なので，枠に囲まれた最も小さい整数は，９×６８６－３＝６１７１です。