

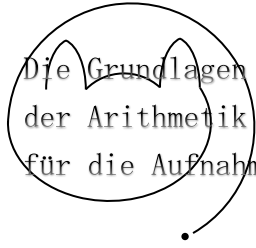
最難関問題

2024の問題・循環小数

$\frac{1}{23}$ を小数にすると、 $0.0434782608695652173913043\dots$ となって、
 0434782608695652173913 という22個の数字をずっとくり返します。このことを、
 $\frac{1}{23} = 0.\textcircled{0}43478260869565217391\textcircled{3}$ と表すことにします。次の問いに答えなさい

(1) $\frac{\square}{2024} = 0.\textcircled{3}47826086956521739130\textcircled{4}$ となるような、
 \square にあてはまる2024未満の整数を答えなさい。

(2) $\frac{24}{2024}$ はどのような小数になりますか。



最難関問題

2024の問題・循環小数 (1) 704 (2) 0.①11857707509881422924⑨

(1) $2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$ です。

$$\frac{1}{23} = 0.\text{①}43478260869565217391\text{③}$$

であることから、

$$\frac{100}{23} = 4\frac{8}{23} = 4.\text{③}47826086956521739130\text{④}$$

となるので、

$$\frac{8}{23} = 0.\text{③}47826086956521739130\text{④}$$

です。

$$\frac{8}{23} = \frac{8 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11}{2024} = \frac{704}{2024}$$

です。よって、 $\square = 704$ です。

(2) $\frac{24}{2024} = \frac{3}{253} = \frac{3}{23 \times 11}$ です。

$$\frac{1}{23} = 0.\text{①}43478260869565217391\text{③}$$

ということは、

$$\frac{1}{23} = \frac{434782608695652173913}{999999999999999999999999}$$

ということなので、23は999999999999999999999999の約数です。

また、11は99の約数なので、999999999999999999999999の約数です。よって、

$$23 \times 11 = 253 \text{ も } 999999999999999999999999 \text{ の約数です。そのため、} \frac{1}{253}$$

や $\frac{3}{253}$ を小数にすると、22個の数字のくり返しとなります。

よって、

$$434782608695652173913 \div 11 \times 3$$

$$= 118577075098814229249$$

であることから、

$$\frac{24}{2024} = \frac{3}{253} = 0.\text{①}11857707509881422924\text{⑨}$$

です。