受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

２０２０の問題・４

２２２，２０２０，１０４２１０４２，１２３１２３１２３のように，同じ数の並びを２回以上繰り返している数を「繰り返し数」と呼ぶことにします。１２３１２３１２のような数は繰り返し数ではありません。２０２０の倍数の繰り返し数について，次の問いに答えなさい。

（１）小さいほうから７番目のものを答えなさい。

（２）小さいほうから３３番目のものを答えなさい。

（３）小さいほうから２２２２２番目のものを答えなさい。

最難関問題

２０２０の問題・４　（１）６０６０６０６０　（２）５８５８０５８５８０
（３）５４３３６０５４３３６０

（１）４けたの繰り返し数は２０２０，４０４０，６０６０，８０８０の４個です。

５けたの繰り返し数はＡＡＡＡＡという形になります。２０２０の倍数の一の位は必ず０ですから，ＡＡＡＡＡ＝００００００となってしまうため，５けたの繰り返し数はありません。なお，Ａ…Ａ型の繰り返し数はほかのけた数の場合も同様に２０２０の倍数ではありませんから，以下では省略します。

６けたの繰り返し数はＡＢＡＢＡＢ，ＡＢＣＡＢＣの２つのタイプがあります。

〇ＡＢＡＢＡＢ

ＡＢＡＢＡＢ＝ＡＢ×１０１０１です。２０２０を素因数分解すると２×２×５×１０１であり，１０１０１は2，５，１０１いずれの倍数でもありませんから，ＡＢが２０２０の倍数となって，矛盾します。

〇ＡＢＣＡＢＣ

ＡＢＣＡＢＣ＝ＡＢＣ×１００１です。１００１は2，5，１０１いずれの倍数でもありませんから，ＡＢＣが２０２０の倍数となって，矛盾します。

よって，６けたの繰り返し数はありません。

７けたの繰り返し数は５けたの繰り返し数同様にありません。

８けたの繰り返し数は，ＡＢＡＢＡＢＡＢ，ＡＢＣＤＡＢＣＤの２つのタイプがあります。

〇ＡＢＡＢＡＢＡＢ

ＡＢＡＢＡＢＡＢ＝ＡＢ×１０１０１０１です。１０１０１０１は2，５の倍数ではありませんが，１０１０１０１＝１０１×１０００１となって１０１の倍数ではあるので，ＡＢが２０の倍数であればＡＢＡＢＡＢＡＢは２０２０の倍数になります。よって，２０２０２０２０，４０４０４０４０，６０６０６０６０，８０８０８０８０の４個が考えられます。

〇ＡＢＣＤＡＢＣＤ

ＡＢＣＤＡＢＣＤ＝ＡＢＣＤ×１０００１です。１０００１は2，５，１０１いずれの倍数でもありませんから，ＡＢＣＤが２０２０の倍数となります。これは，ＡＢＡＢＡＢＡＢのときに考えた４個と同じです。

よって，８けたの繰り返し数は４個あります。

４けたの繰り返し数が４個ですから，８けたの繰り返し数のうち小さいほうから７－４＝３（番目）の６０６０６０６０が答えとなります。

最難関問題

（２）引き続き考えていきます。

９けたの繰り返し数は，ＡＢＣＡＢＣＡＢＣＡＢＣという形になります。
ＡＢＣＡＢＣＡＢＣ＝ＡＢＣ×１００１００１です。１００１００１は2，５，１０１いずれの倍数でもありませんから，ＡＢＣが２０２０の倍数となって矛盾します。

１０けたの繰り返し数は，ＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢ，ＡＢＣＤＥＡＢＣＤＥの２つのタイプがあります。
〇ＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢ
ＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢ＝ＡＢ×１０１０１０１０１です。１０１０１０１０１は2，５，１０１いずれの倍数でもありませんから，ＡＢが２０２０の倍数となって矛盾します。
〇ＡＢＣＤＥＡＢＣＤＥ
ＡＢＣＤＥＡＢＣＤＥ＝ＡＢＣＤＥ×１０００01です。１０００01は2，５，１０１いずれの倍数でもありませんから，ＡＢＣＤＥが２０２０の倍数となります。5けたの２０２０の倍数は２０２０×５＝１０１００から２０２０×４９＝９８９８０までの４５個です。
よって，１０けたの繰り返し数は４５個あります。

４けたと８けたの繰り返し数がそれぞれ４個ですから，１０けたの繰り返し数のうち小さいほうから３３－４×２＝２５（番目）のものを求めて，
２０２０×（２５＋５－１）×１０００01＝５８５８０５８５８０です。

最難関問題

（３）さらに続けて考えていきます。

１１けたの繰り返し数は５けたの繰り返し数同様にありません。

１２けたの繰り返し数は，ＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢという２けたの繰り返し，ＡＢＣＡＢＣＡＢＣＡＢＣという３けたの繰り返し，ＡＢＣＤＡＢＣＤＡＢＣＤという４けたの繰り返し，ＡＢＣＤＥＦＡＢＣＤＥＦという６けたの繰り返しの４つのタイプがあります。２けたの繰り返しは４けたの繰り返しの一種，２けたの繰り返しと３けたの繰り返しは６けたの繰り返しの一種です。

〇ＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢ
ＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢ＝ＡＢ×１０１０１０１０１０１です。１０１０１０１０１０１は２，５の倍数ではありませんが，１０１の倍数です。よって，ＡＢが２０の倍数となるので，ＡＢ＝２０，４０，６０，８０の４つの場合を考えることができます。
〇ＡＢＣＤＡＢＣＤＡＢＣＤ
ＡＢＣＤＡＢＣＤＡＢＣＤ＝ＡＢＣＤ×１０００１０００１です。１０００１０００１は２，５，１０１いずれの倍数でもありませんから，ＡＢＣＤが２０２０の倍数となります。これは，ＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢＡＢのときに考えた４つの場合と同じです。

よって，２けた，３けた，４けたの繰り返しは，すべて６けたの繰り返しとしてとらえることができます。６けたの繰り返しについては次のように考えられます。

〇ＡＢＣＤＥＦＡＢＣＤＥＦ
ＡＢＣＤＥＦＡＢＣＤＥＦ＝ＡＢＣＤＥＦ×１０００００１です。１０００００１は２，５の倍数ではありませんが，１０００００１＝１０１×９９０１より，１０１の倍数です。よって，ＡＢＣＤＥＦが２０の倍数であればよいことになります。６けたの２０の倍数は，２０×５０００＝１０００００から，２０×４９９９９＝９９９９８０までの４５０００個あります。
よって，１２けたの繰り返し数は４５０００個あります。

４けたと８けたの繰り返し数がそれぞれ４個，１０けたの繰り返し数が４５個ありますから，１２けたの繰り返し数のうち小さいほうから２２２２２－（４×２＋４５）＝２２１６９（番目）のものを求めて，２０×（２２１６９＋５０００－１）×１０００００１＝５４３３６０５４３３６０です。