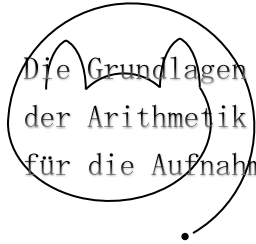


分母73の分数と循環じゆんかん小数

倍数の見分け方は色々とあります。一の位が0か偶数である整数は2の倍数で、各位の数の和が3の倍数である整数は3の倍数です。位を4桁けたごとに区切り、奇数番目の区間の和と偶数番目の区間の和の差が73の倍数か0である整数は73の倍数です。例えば、7240004001は、72+4001と4000の差が73なので、73の倍数です。このことを参考にして、次の問いに答えなさい。

$\frac{\bigcirc}{73}$ を小数にしたときの小数第1位の数が $\frac{1}{73}$ を小数にしたときの小数第99位の数と同じで、以降、 $\frac{\bigcirc}{73}$ を小数にしたときの小数第2位の数が $\frac{1}{73}$ を小数にしたときの小数第100位の数と同じ、 $\frac{\bigcirc}{73}$ を小数にしたときの小数第3位の数が $\frac{1}{73}$ を小数にしたときの小数第101位の数と同じ、…というように同じ数が並び続けるとき、○にあてはまる最小の整数を答えなさい。



分母73の分数と循環小数 27

99999999を4桁ごとに区切ると9999と9999ですから、その差は0となるので、
 99999999は73の倍数です。よって、 $\frac{99999999}{73}$ は整数Aになり、 $\frac{100000000}{73}$ は
 $A\frac{1}{73}$ になりますから、その小数部分は $\frac{1}{73}$ と完全に一致します。

$$\frac{1}{73} = 0.\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}\textcircled{7}\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}\textcircled{11}\dots$$

$$\frac{100000000}{73} = \frac{1}{73} \times 100000000 = \textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}\textcircled{7}\textcircled{8}.\textcircled{9}\textcircled{10}\textcircled{11}\dots$$

$\textcircled{1} = \textcircled{9}$, $\textcircled{2} = \textcircled{10}$, $\textcircled{3} = \textcircled{11}$, ...が成り立つので、 $\frac{1}{73}$ を小数にすると、8個ごとに同じ数が繰り返して現れることがわかります。

8個ごとに繰り返されるということは、8の約数である1, 2, 4個ごとに繰り返される可能性もあります。そこで9999を73で割ると、商が136, 余りが71となって割り切れません。よって、8個の周期で考えます。すると、 $\frac{1}{73}$ の小数第99位の数は、 $99 \div 8 = 12$ 余り3より小数第3位の数と同じです。同様に小数第100位の数は小数第4位の数と、小数第101位の数は小数第5位の数と同じです。よって、 $\frac{\textcircled{}}{73} = 0.\textcircled{3}\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}\textcircled{7}\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}\textcircled{11}\dots$ となります。

$0.\textcircled{3}\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}\textcircled{7}\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}\textcircled{11}\dots$ は $0.\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}\textcircled{7}\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}\textcircled{11}\dots$ を2桁右にずらした数ですから、
 $0.\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}\textcircled{7}\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}\textcircled{11}\dots \times 100 = \textcircled{1}\textcircled{2}.\textcircled{3}\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}\textcircled{7}\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}\textcircled{11}\dots$ の小数部分です。よって、
 $\frac{1}{73} \times 100 = \frac{100}{73} = 1\frac{27}{73}$ の小数部分である $\frac{27}{73}$ がそれにあたるので、 $\textcircled{} = 27$ です。