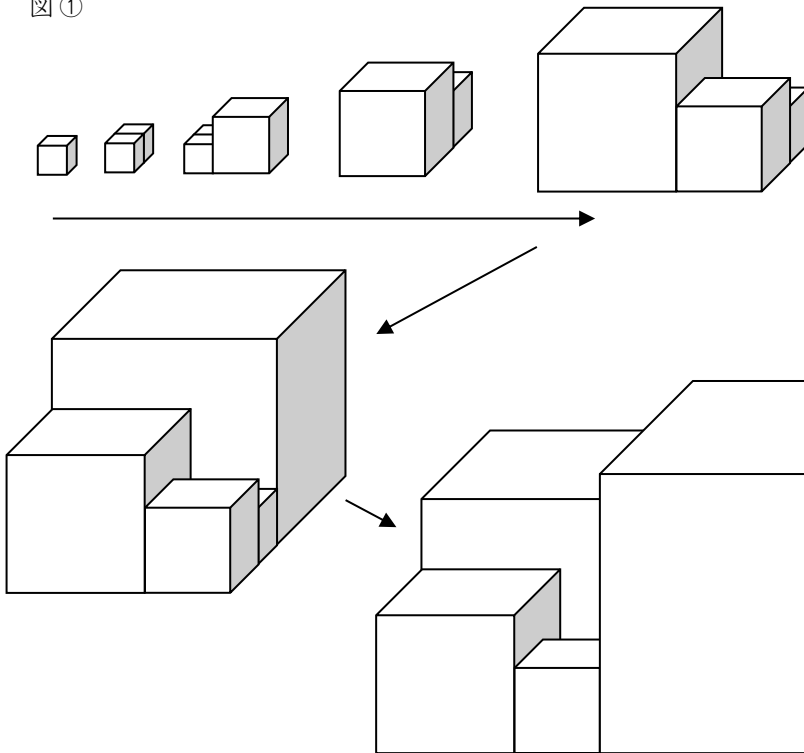


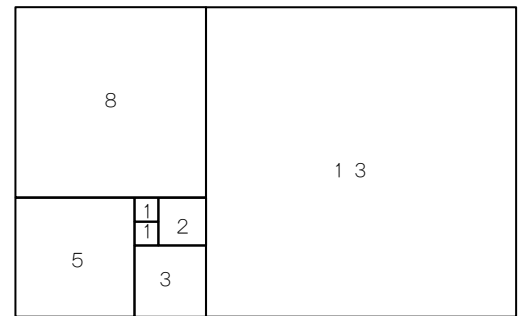
フィボナッチ立方体の表面積

立方体を次のように床の上に並べていきます。まず、1辺が1 cmの立方体を置き、続いて同じ大きさの立方体をとなりにぴったり並べます。以降は、立方体を組み合わせた立体の最も長い辺と等しい長さの立方体をぴったりと、渦を描くように図①の順に並べていきます。図①を真上から見ると図②のようになり、図②に書かれた数字は立方体の1辺の長さ（単位はcm）を表しています。

図①



図②



- (1) 立方体を5個並べたとき（つまり1辺5 cmの立方体まで並べたとき）の立体の表面積を求めなさい。
- (2) 立方体を7個並べたときの立体の表面積を求めなさい。
- (3) 立方体を12個並べたときの立体の表面積を求めなさい。

フィボナッチ立方体の表面積 (1) 202 cm^2 (2) 1386 cm^2 (3) 170510 cm^2

(1) 見取り図では図①, 投影図では図②のようになります。上下前後左右の6方向から見える面の面積を考えると,

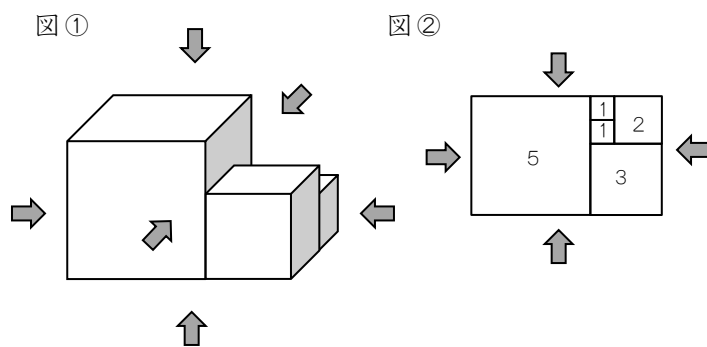
上下... 5×8

前後... $3 \times 3 + 5 \times 5$

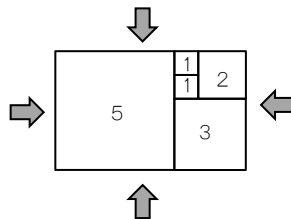
左右... 5×5

です。さらに, 周りから見えない 2 cm^2 の部分が向かい合っているので,

$(5 \times 8 + 3 \times 3 + 5 \times 5 \times 2 + 2) \times 2 = 202 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。



図②



(2) 投影図では図③のようになります。

上下前後左右の6方向から見える面の面積を考えると,

上下... $13 \times 21 = 273$

前後... $8 \times 8 + 13 \times 13 = 233$

左右... $13 \times 13 = 169$

です。周りから見えない部分の面積は, 次のように分けて考えることができます。

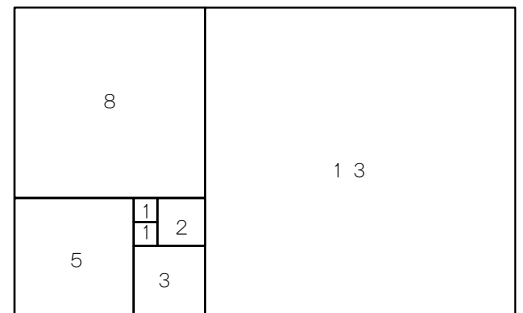
< 2と5の立方体に挟まれた部分 > $2 \times 2 - (1 \times 1 + 1 \times 1) = 2$

< 3と8の立方体に挟まれた部分 > $3 \times 3 - (1 \times 1 + 2 \times 2) = 4$

< 5と13の立方体に挟まれた部分 > $5 \times 5 - (2 \times 2 + 3 \times 3) = 12$

以上の和を求めて, $(273 + 233 + 169 + 2 + 4 + 12) \times 2 = 1386 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

図③



(3) (2) と同様に考えていきます。立方体の1辺の長さは、

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...となります。

12番目の立方体の1辺の長さが144 cmなので、上下左右の面の面積は、

上下... 144×233

前後と左右... $144 \times 144 + 144 \times 144 + 89 \times 89$

です。周りから見えない部分の面積は、次のようになります。

$$2 \times 2 - (1 \times 1 + 1 \times 1)$$

$$3 \times 3 - (1 \times 1 + 2 \times 2)$$

$$5 \times 5 - (2 \times 2 + 3 \times 3)$$

$$8 \times 8 - (3 \times 3 + 5 \times 5)$$

$$13 \times 13 - (5 \times 5 + 8 \times 8)$$

$$21 \times 21 - (8 \times 8 + 13 \times 13)$$

$$34 \times 34 - (13 \times 13 + 21 \times 21)$$

$$55 \times 55 - (21 \times 21 + 34 \times 34)$$

まわりから見えない部分はあわせると、

$55 \times 55 - (1 \times 1 \times 3 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 5 \times 5 + 8 \times 8 + 13 \times 13 + 21 \times 21)$ とまとめる
ことができますさらに () 内の部分は、

$$1 \times 1 + \underline{1 \times 1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 5 \times 5 + 8 \times 8 + 13 \times 13 + 21 \times 21}$$

$$= 1 \times 1 + \underline{21 \times 34}$$

となります。

以上より表面積は、

$$\{144 \times 233 + 144 \times 144 \times 2 + 89 \times 89 + 55 \times 55 - (1 + 21 \times 34)\} \times 2$$

$$= 170510 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$