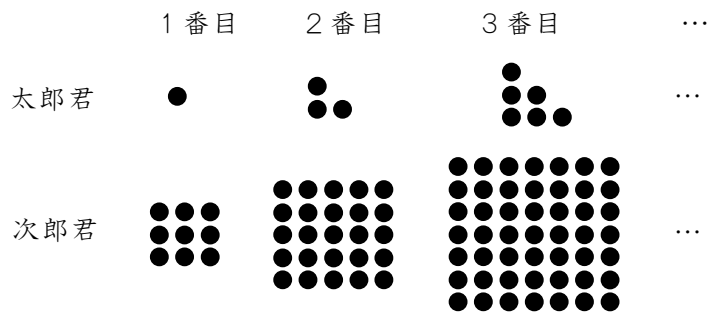


最難関問題

三角数・平方数・奇数平方数

太郎君と次郎君は、ご石を下の図のような形に順に並べていきます。

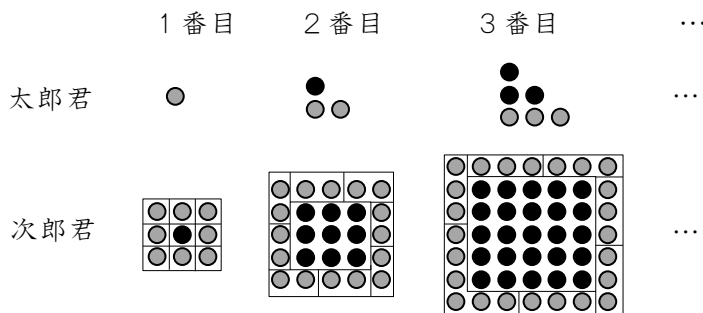


- (1) 太郎君が \square 番目と $(\square + 1)$ 番目に並べたご石の個数の差が 71 のとき、次郎君が \square 番目と $(\square + 1)$ 番目に並べたご石の個数の差は何個ですか。
- (2) 次郎君が \square 番目と $(\square + 1)$ 番目に並べたご石の個数の和が以下の①～④のとき、 \square にあてはまる数を答えなさい。あてはまる数がない場合は「ない」と答えなさい。
- ① 8714 ② 12804 ③ 16202 ④ 25002

最難関問題

三角数・平方数・奇数平方数 (1) 568個 (2) ①32 ②ない ③44 ④ない

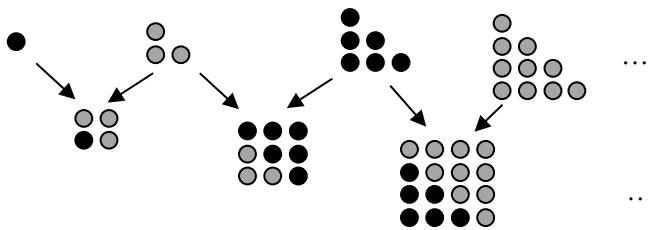
(1) 下の図のように、新しく並べたご石を影をつけて示すと、その個数は太郎君の8倍が次郎君となっています。



よって、 $71 \times 8 = 568$ (個) です。

(2) 太郎君の並べたご石の個数は三角数、次郎君の並べたご石の個数は奇数の平方数になっています。(1)より、 Δ 番目に太郎君が並べたご石の個数を8倍して1を加えると、 Δ 番目に次郎君が並べたご石の個数になります。

また、下の図のように、となりあう三角数の和は平方数になります。



このことを利用します。太郎君がとなりあう並べたご石の個数を n 個、 m 個とします。このとき、次郎君が並べたご石の個数はそれぞれ $(n \times 8 + 1)$ 個、 $(m \times 8 + 1)$ 個です。 $n + m$ は平方数ですから、 $(n \times 8 + 1) + (m \times 8 + 1) = (n + m) \times 8 + 2$ は平方数の8倍より2多い数となります。

最難関問題

- ① $(8714 - 2) \div 8 = 1089$, $1089 = 3 \times 3 \times 11 \times 11 = 33 \times 33$ より,
 $n + m = 33 \times 33$ となるので, n は 32 番目, m は 33 番目の三角数なので, $\square = 32$ です。
- ② $12804 - 2 = 12802$ ですが, 12802 は 8 で割り切れないので, 条件を満たしません。
- ③ $(16202 - 2) \div 8 = 2025$, $2025 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 45 \times 45$ より,
 $n + m = 45 \times 45$ となるので, n は 44 番目, m は 45 番目の三角数なので, $\square = 44$ です。
- ④ $(25002 - 2) \div 8 = 3125$, $3125 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ なので, 3125 は平方数ではありません。よって, 条件を満たしません。