



最難関問題

約数と逆数

次の問いに答えなさい。

(1) 整数Aの約数のうち大きいほうから1, 2, 3番目の数の和は99です。また, 小さいほうから

1, 2, 3番目の数の逆数の和は $1\frac{5}{6}$ です。整数Aを求めなさい。

(2) $\square < \triangle$ とします。整数Bの約数のうち小さいほうから \square 番目の数と \triangle 番目の数の差は9です。

また, 大きいほうから \square 番目の数の逆数と \triangle 番目の数の逆数の差は $\frac{1}{16}$ です。整数Bを求めなさい。

また, 小さいほうから \square 番目の数として考えられるものをすべて答えなさい。

最難関問題

約数と逆数 (1) 54 (2) B…144, 小さいほうから□番目の数…3, 9

(1) 整数Aの1番目に大きい約数はA自身です。2番目をB, 3番目をCとすると, $A + B + C = 99$ で

す。また, 整数Aの1番目に小さい約数は1, 2番目は $A \div B = \frac{A}{B}$, 3番目は $A \div C = \frac{A}{C}$ です。これ

らの逆数は, 順に $1, \frac{B}{A}, \frac{C}{A}$ ですから, その和は $1 + \frac{B}{A} + \frac{C}{A} = \frac{A + B + C}{A}$ です。

$(A + B + C) \div \frac{A + B + C}{A} = A$ となるので, Aは $99 \div 1\frac{5}{6} = 54$ です。

(2) □と△の大小関係はどちらでもよいので, □が△より小さいものとします。小さいほうから□番目の

整数をC, △番目の整数をDとします。すると, 大きいほうから□番目の整数は $B \div C = \frac{B}{C}$, △番目の

整数は $B \div D = \frac{B}{D}$ となります。これらの逆数は, 順に $\frac{C}{B}, \frac{D}{B}$ ですから, その差は $\frac{D}{B} - \frac{C}{B} = \frac{D - C}{B}$ です。

$(D - C) \div \frac{D - C}{B} = B$ となるので, Aは $9 \div \frac{1}{16} = 144$ です。

144の約数は小さい順に, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144です。これらのうちで差が9となるのは3と12, 9と18なので, 小さいほうから□番目の数は3か9です。