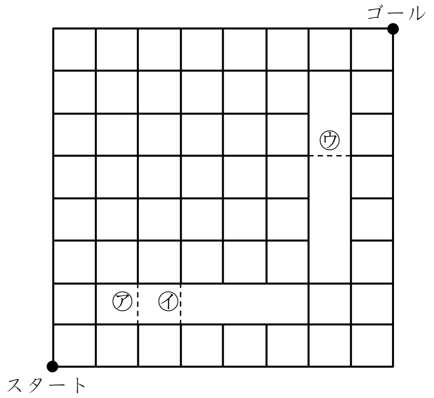
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

２本の道の開通

下の図のスタートからゴールまで，マス目の辺の上を遠回りせずに進みます。点線㋐～㋒を通過することはできません。



（１）点線㋐を通過できるようにすると，スタートからゴールまでの道順は何通り増えますか。

（２）点線㋐，㋑を通過できるようにすると，スタートからゴールまでの道順は何通り増えますか。

（３）点線㋐，㋒を通過できるようにすると，スタートからゴールまでの道順は何通り増えますか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

２本の道の開通　（１）１４０７通り　（２）２２１９通り　（３）２６３９通り

（１）スタートから図①のＡまでの道順は３通りです。

Ｂから P を通ってゴールへ進む道順は，$\dfrac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}$＝２１０（通り）です。

ＢからＱを通ってゴールへ進む道順は，$\dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}$×２＝２５２（通り）です。

ＢからＲを通ってゴールへ進む道順は，７通りです。

よって，３×（２１０＋２５２＋７）＝１４０７（通り）増えます。

（２）スタートから図②のＣまでの道順は３通りです。

ＤからＰを通ってゴールへ進む道順は，$\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}$＝８４（通り）です。

ＤからＱを通ってゴールへ進む道順は，$\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}$×２＝１１２（通り）です。

ＤからＲを通ってゴールへ進む道順は，７通りです。

よって㋑を通ると，４×（８４＋１１２＋７）＝８１２（通り）増えます。

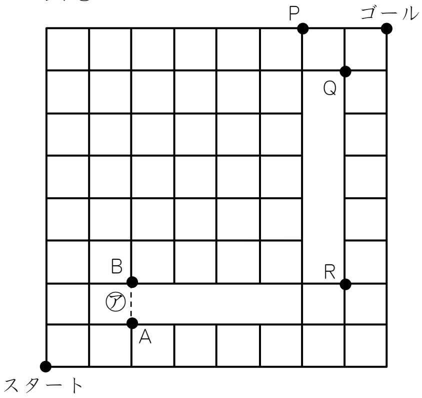
（１）とあわせて，１４０７＋８１２＝２２１９（通り）増えます。

（３）㋐と㋒が通過可能になる場合，㋐だけを通過することで１４０７通り増えます。また，㋒だけを通過する場合は，図形の対称性によって，㋑だけを通過する場合と同じく，８１２通り増えます。

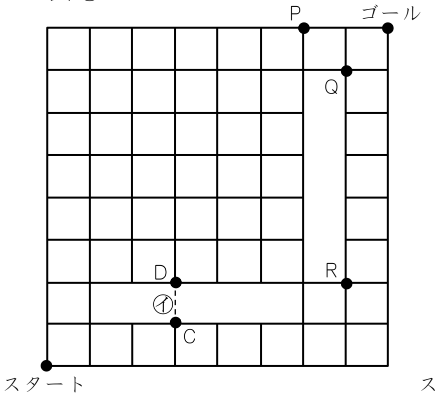
㋐と㋒の両方を通過する場合は，スタートからＡまでが３通り，Ｅからゴールまでが４通り，ＢからＦまでが，$\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$＝３５（通り）なので，３×４×３５＝４２０（通り）です。

以上より，１４０７＋８１２＋４２０＝２６３９（通り）です。

図①



図②



図③