受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

２番目に大きい約数・２

整数Ｎの２番目に大きい約数を，［Ｎ］と表します。例えば，［４］＝２，［１３］＝１，[［８］]＝２です。次の問いに答えなさい。

（１）$\boxed{あ}$，$\boxed{い}$にあてはまる数を答えなさい。

［７２］＝$\boxed{あ}$　　[［５４］]＝$\boxed{い}$

（２）$\boxed{う}$，$\boxed{え}$にあてはまる数をすべて答えなさい。

［$\boxed{う}$］＝３　　[［$\boxed{え}$］]＝１５

[] の個数を，右下に小さい文字をつけて表します。たとえば，［６］は［６］$_1$，[［８］]は［８］$_2$と表します。

（３）［$\boxed{お}$］$_4$＝１５となるような整数$\boxed{お}$は何個ありますか。

（４）［$\boxed{か}$］$_{10}$＝３５となるような整数$\boxed{か}$は何個ありますか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

２番目に大きい約数・２（１）$\boxed{\text{あ}}$＝３６，$\boxed{\text{い}}$＝９
（２）$\boxed{\text{う}}$＝６，９，$\boxed{\text{え}}$＝６０，９０，１３５
（３）５個　（４）６６個

（１）７２は素因数に２を含むので，７２÷２＝３６です。また，５４は素因数分解すると２×３×３×３ですから，５４÷２÷３＝９です。

（２）$\boxed{\text{う}}$にあてはまる整数を素因数分解すると，

$\boxed{\text{う}}$…　1　☆　…
　　$\boxed{\text{う}}$　3　…

となります。☆に入るのは３以下の整数で，しかも素数です。☆が素数ではない場合，☆の約数が星よりも小さい$\boxed{\text{う}}$の約数となってしまうからです。よって，☆＝２，３ときまり，$\boxed{\text{う}}$にあてはまる数２×３＝６と３×３＝９です。

［$\boxed{\text{え}}$］にあてはまる整数を素因数分解すると，

［$\boxed{\text{え}}$］…　1　☆　…
　　［$\boxed{\text{え}}$］　１５　…

となります。１５＝３×５より，３は［$\boxed{\text{え}}$］の約数ですから，☆＝２，３ときまります。よって，［$\boxed{\text{え}}$］にあてはまる数２×１５＝３０と３×１５＝４５です。同様に考えて，［$\boxed{\text{え}}$］＝３０のとき，$\boxed{\text{え}}$＝２×３０＝６０，［$\boxed{\text{え}}$］＝４５のとき，$\boxed{\text{え}}$は２×４５＝９０，３×４５＝１３５です。

（３）（２）より，１５＝３×５より，３以下の素数である２と３をあわせて４回かければよいことがわかります。（２をかける回数，３をかける回数）＝（４，０），（３，１），（２，２），（１，３），（０，４）ですから，５個です。

最難関問題

（４）同様にして，３５＝５×７ですから，５以下の素数である２，３，５をあわせて１０回かければよいことになります。（２をかける回数，３をかける回数，５をかける回数）＝（○，△，□）において○＋△＋□＝１０となればよいので，１０を３つの整数に和分解する方法が何通りあるかを求めます。面倒な和分解の場合,大きい数から見ていった方が何かとやりやすいので,○＝１０の場合から考えます。

○＝１０の場合，（１０，０，０）の１通りです。○＝９の場合，（９，１，０），（９，０，１）の２通りです。○＝８の場合，１０－８＝２であり，２を２つに和分解する方法は（２，０），（１，１），（０，２）の３通りですから，３通りです。思い出してみれば，（３）で４を２つに和分解する方法は５通りでした。ということは,○を１つ小さい数にするごとに和分解の方法は１つ増えていくわけです。よって，１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＋９＋１０＋１１＝６６（通り）の和分解の方法があることがわかりますから，６６個です。