

最難関問題

頂点の見える個数

1 辺 1 cm の立方体のブロックの、図 1 の 3 個の頂点に黒いねんど玉をつけます。図 2 のようにブロックを並べるとき、ねんど玉が重なりあうところではねんど玉の一方を外します。よって、図 2 には 5 個のねんど玉があります。図 3 のようにブロックを並べると、ねんど玉は 16 個ですが、○で示したねんど玉は外から見えないので、外から見えるねんど玉は 15 個になります。以下の問いに答えなさい。

図 1

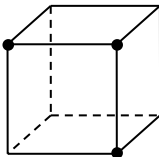


図 2

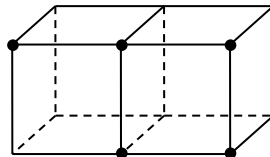
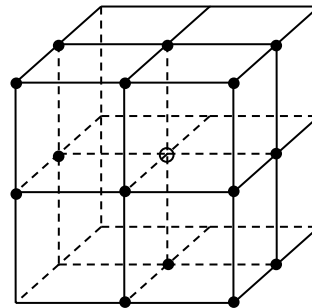


図 3



- (1) ブロックをすきまなく並べて 1 辺の長さが 4 cm の立方体を作ります。外から見えるねんど玉は、もっとも少なくても何個ですか。
- (2) ブロックをすきまなく並べて 1 辺の長さが 8 cm の立方体を作ります。外から見えるねんど玉は、もっとも少なくても何個ですか。
- (3) ブロックをすきまなく並べて 1 辺の長さが cm の立方体を作ると、外から見えるねんど玉は、もっとも少なくても 100 個になります。 にあてはまる数をすべて答えなさい。

最難関問題

頂点の見える個数 (1) 16個 (2) 40個 (3) 17, 18

(1) 図4のようにブロックを立方体の「頂点の位置にあるもの」「辺の位置にあるもの」「面の位置にあるもの」に分けて考えます。

- 頂点の位置にあるものは、ブロックの8個の頂点のうち7個が外から見えるので、ねんど玉は最も少なくて $3 - (8 - 7) = 2$ (個) 外から見えます。
- 辺の位置にあるものは、ブロックの8個の頂点のうち6個が外から見えるので、ねんど玉は最も少なくて $3 - (8 - 6) = 1$ (個) 外から見えます。
- 面の位置にあるものは、ブロックの8個の頂点のうち4個が外から見えるので、ねんど玉は外から見えないように内側に隠すことができます。

よって、図5のように頂点の位置にあるブロックのねんど玉が外から見えるようにすると、辺の位置にあるブロックのねんど玉で外から見えるものはすべて取り外すことができます。外から見えるねんど玉の数は全部で $2 \times 8 = 16$ (個) です。

図4

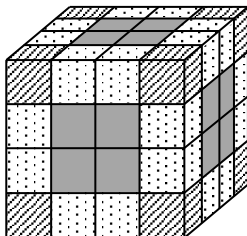
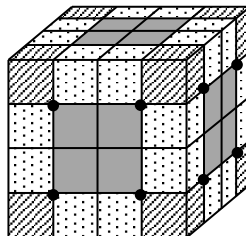


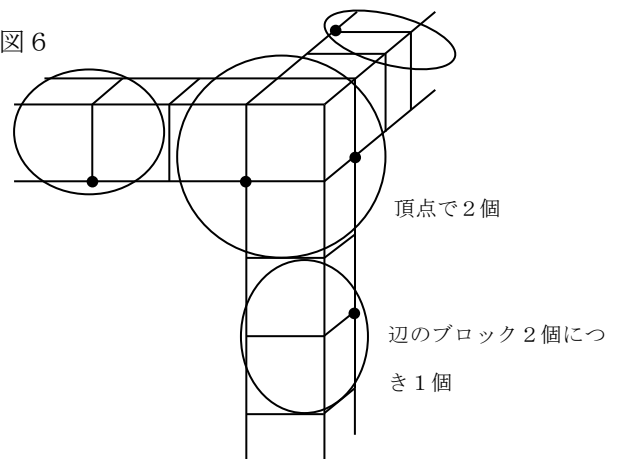
図5



(2) (1) より、頂点および辺の位置にあるブロックのみを考えればよいことがわかりました。図6のようにねんど玉を配置すると、頂点の位置にあるブロックおよびそれになりあう辺の位置にある3個のブロックにたいしては、ねんど玉は最も少なくて2個見えます。

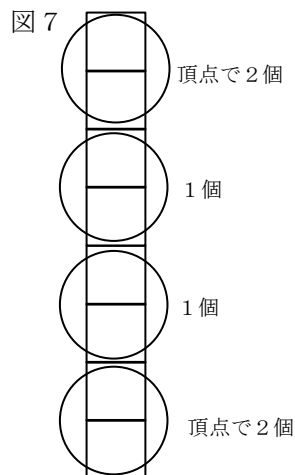
また、辺の位置にある残りのブロックについては、最も少なくてブロック2個につきねんど玉1個が見えます。

図6



最難関問題

よって、1 辺の長さが 8 cm の場合、図 7 のように立方体の頂点に 2 個、立方体の辺に 2 個のねんど玉が見えますから、 $2 \times 8 + 2 \times 12 = 40$ (個) です。



(3) 立方体のそれぞれの辺のねんど玉の個数は、 $(100 - 2 \times 8) \div 12 = 7$ (個) です。よって、ブロックがそれぞれの辺に偶数個並ぶ場合、1 辺の長さは $2 \times 2 + 2 \times 7 = 18$ (cm) です。また、ここからそれぞれの辺に並ぶブロックの数を 1 個減らしても、図 8 より外から見えるねんど玉の個数は減らせないので、17 cm の場合も条件を満たします。よって、17 cm, 18 cm です

