# 最難関問題

となりあう多角数の和

図１のきまりにしたがって並ぶご石の数を，三角数といいます。１番目の三角数は１，２番目の三角数は３，３番目の三角数は６です。図２は四角数，図３は五角数を表しており，それぞれ三角数のように並べかえると，四角数は上の段と下の段のご石の個数の差が２，五角数は３になります。同様にして，六角数では差が４，七角数では５，…，Ｍ角数ではＭ－２になります。

図１

１番目　２番目　３番目　　４番目　…

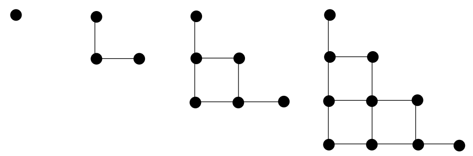


図２

１番目　２番目　　３番目　　　４番目　…

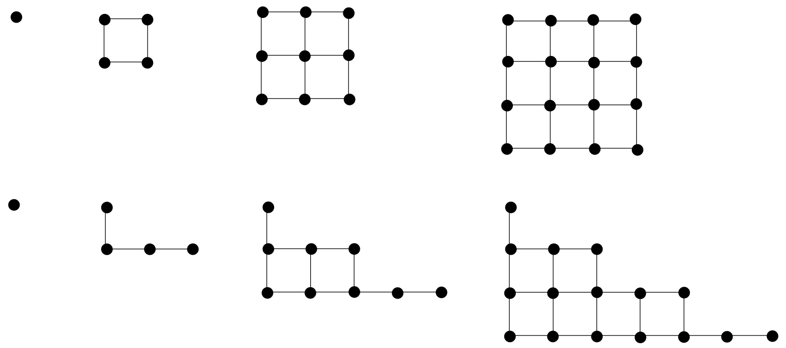
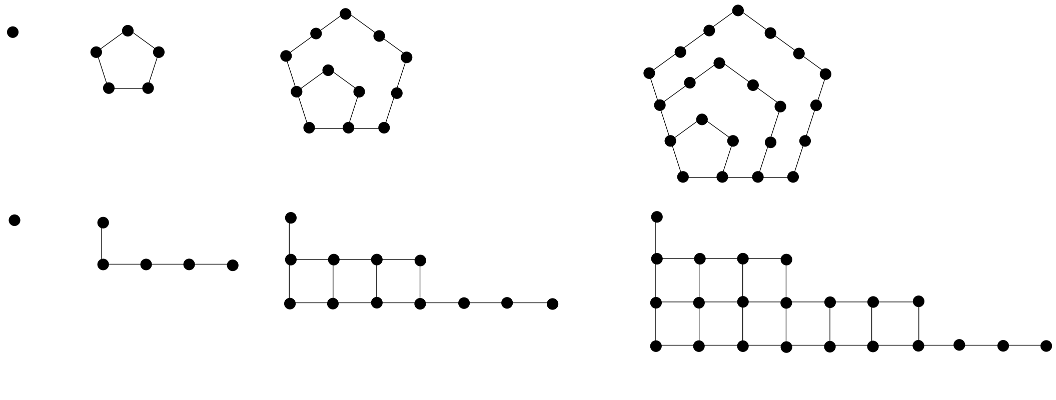


図３

１番目　２番目　　３番目　　　４番目　…



次の問いに答えなさい。

# 最難関問題

（１）３０番目と３１番目の五角数の和を求めなさい。

（２）８０番目と８１番目$\boxed{\quad\quad}$角数の和が７６９６１になりました。$\boxed{\quad\quad}$にあてはまる整数を，
算用数字で答えなさい。

（３）$\boxed{\text{ア}}$番目と$\boxed{\text{ア}}$＋１番目の$\boxed{\text{イ}}$角数の和が５０９７になりました。$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$にあてはまる数の組み合わせを算用数字ですべて答えなさい。

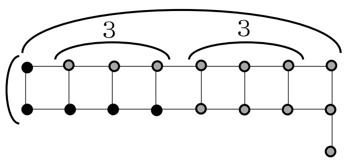
# 最難関問題

となりあう多角数の和

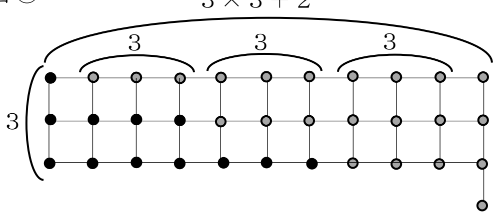
（１）２７６１　（２）１４角数　（３）(１，５０９６)，(２，１２７５)，(４，３２０)，(１３，３２)

（１）図①，②のようにとなりあう五角数を組み合わせると，はみ出た１個を除いてご石は長方形に並びます。Ｎ番目とＮ＋１番目の五角数を組み合わせると，長方形のたてに並ぶご石はＮ個，横に並ぶご石は，３×Ｎ＋２個になります。

図①



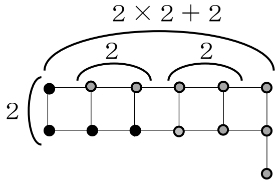

図②



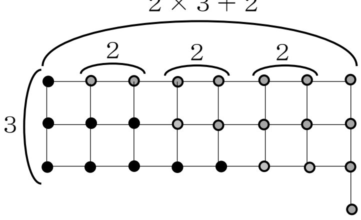

３０番目と３１番目の五角数を組み合わせると，ご石がたてに３０個，横に３×３０＋２＝９２(個)並んだ長方形ができるので，３０×９２＋１＝２７６１です。

（２）（１）と同様にとなりあう四角数を組み合わせると，図③，④のようになり，Ｎ番目とＮ＋１番目の四角数の組み合わせにおいて，長方形のたてに並ぶご石はＮ個，横に並ぶご石は，２×Ｎ＋２個になります。

図③




図④




Ｍ角数の場合，上の段と下の段のご石の個数の差はＭ－２なので，Ｎ番目とＮ＋１番目のＭ角数を組み合わせてできる長方形のたてに並ぶご石はＮ個，横に並ぶご石は，(Ｍ－２)×Ｎ＋２個になります。

よって，８０番目と８１番目のＭ角数を組み合わせてできる長方形は，たてに８０個，横に（Ｍ－２）×８０＋２個のご石が並ぶので，８０×｛(Ｍ－２）×８０＋２｝＋１＝７６９６１より，Ｍ＝１４となるので１４角数です。

# 最難関問題

（３）Ｎ×｛（Ｍ－２）×Ｎ＋２｝＋１＝５０９７を満たすような，ＭとＮの組み合わせを考えます。

５０９７－１＝５０９６，５０９６を素因数分解すると，５０９６＝２×２×２×７×７×１３です。
よって，Ｎが５０９６の約数で，５０９６÷Ｎを計算した答えがＮの倍数＋２になる場合を探します。

**Ｎ＝１のとき**

すべての多角数において１番目の数は１，２番目の数は三角数なら３，四角数なら４，…ですから，５０９６角数ならば２番目の数が５０９６となるので，１＋５０９６＝５０９７です。
よって，５０９６角数の１番目と２番目です。

**Ｎ＝２のとき**

５０９６÷２＝２５４８，２５４８＝１２７３×２＋２より，Ｍ＝１２７３＋２＝１２７５ですから，１２７５角数の２番目と３番目です。

**Ｎ＝４のとき**

５０９６÷４＝１２７４，１２７４＝３１８×４＋２より，Ｍ＝３１８＋２＝３２０ですから，３２０角数の４番目と５番目です。

**Ｎ＝７のとき**

５０９６＝２×２×２×７×７×１３であることから，５０９６を７で割った商は，２×２×２×７×１３なので，７の倍数です。よって，７の倍数＋２ではありえないので，条件を満たしません。

**Ｎ＝８のとき**

５０９６＝２×２×２×７×７×１３であることから，５０９６を８で割った商は，７×７×１３なので，奇数です。よって，８の倍数＋２ではありえないので，条件を満たしません。

**Ｎ＝１３のとき**

５０９６÷１３＝３９２，３９２＝３０×１３＋２より，Ｍ＝３０＋２＝３２ですから，３２角数の１３番目と１４番目です。

**Ｎ＝１４のとき**

Ｎ＝７のときと同様にして，条件を満たしません。

# 最難関問題

Ｎ＝２６のとき

５０９６÷２６＝１９６，１９６－２＝１９４は２６で割り切れないので，条件を満たしません。

Ｎ＝２８のとき

Ｎ＝７のときと同様にして，条件を満たしません。

Ｎ＝４９のとき

５０９６÷４９＝１０４，１０４－２＝１０４は４９で割り切れないので，条件を満たしません。

Ｎ＝５２のとき

５０９６÷５２＝９８，９８－２＝９６は５２で割り切れないので，条件を満たしません。

Ｎ＝５６のとき

５０９６÷５６＝９１，９１－２＝８９は５６で割り切れないので，条件を満たしません。

また，５０９６の次の約数は９１で，５０９６÷９１＝５６となって，商が割る数よりも小さくなるので，５０９６÷Ｎを計算した答えがＮの倍数＋２になることはありえません。

５０９６角数の１番目と２番目，１２７５角数の２番目と３番目，３２０角数の４番目と５番目，３２角数の１３番目と１４番目なので，
（１，５０９６），（２，１２７５），（４，３２０），（１３，３２）です。