

入れかえ記号

$1 \circ 2 \rightarrow 2 \ 1$, $1 \circ 2 \ 3 \rightarrow 2 \ 3 \ 1$ のように、 $\circ$ の記号は式の左側と右側を入れかえます。また、

$1 \circ 2 \circ 3$ のように2個以上 $\circ$ の記号があるときは、左の記号から順に式を入れかえます。したがって、 $1 \circ 2 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 3 \ 1 \rightarrow 3 \ 1 \ 2$ となります。

以下の問いに答えなさい。ただし、式の中には整数と $\circ$ しか現れないものとします。

(1) $a \circ b \rightarrow 2 \ 3 \ 1$ となるような式 $a \circ b$ として考えられるものをすべて答えなさい。

(2) $\circ$ を2つ含む式の左側と右側の入れかえを2回行って $\circ$ の記号がなくなったところ、 $1 \ 2 \ 3 \ 4$ になりました。はじめの $\circ$ を2つ含む式として考えられるものをすべて答えなさい。

(3) $\circ$ を3つ含む式の左側と右側の入れかえを3回行って $\circ$ の記号がなくなったところ、 $1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5$ になりました。はじめの $\circ$ を3つ含む式として考えられるものをすべて答えなさい。

(4) $\circ$ をいくつか含む式の左側と右側の入れかえを何回か行って $\circ$ の記号がなくなったところ、 $1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5$ になりました。はじめの $\circ$ をいくつか含む式として考えられるものをすべて答えなさい。ただし、 $\circ$ を3つ含む式はのぞきます。

入れ替え記号

- (1) $1 \circ 23, 31 \circ 2$ (2) $2 \circ 34 \circ 1, 23 \circ 4 \circ 1, 3 \circ 4 \circ 12$
(3) $3 \circ 4 \circ 5 \circ 12, 23 \circ 4 \circ 5 \circ 1, 2 \circ 34 \circ 5 \circ 1, 2 \circ 3 \circ 45 \circ 1$
(4) $2345 \circ 1, 345 \circ 12, 45 \circ 123, 5 \circ 1234,$
 $234 \circ 5 \circ 1, 23 \circ 45 \circ 1, 2 \circ 345 \circ 1,$
 $34 \circ 5 \circ 12, 3 \circ 45 \circ 12, 4 \circ 5 \circ 123,$
 $2 \circ 3 \circ 4 \circ 5 \circ 1$

- (1) $a \circ b \rightarrow b \circ a \rightarrow b a = 231$ ですから,
・ $b = 23, a = 1$ のとき $1 \circ 23$
・ $b = 2, a = 31$ のとき $31 \circ 2$
の2つが答えとなります。

- (2) $a \circ b \circ c \rightarrow b \circ c a \rightarrow c a b = 1234$ ですから,
・ $c = 12, a = 3, b = 4$ のとき $3 \circ 4 \circ 12$
・ $c = 1, a = 23, b = 4$ のとき $23 \circ 4 \circ 1$
・ $c = 1, a = 2, b = 34$ のとき $2 \circ 34 \circ 1$
の3つが答えとなります。

- (3) $a \circ b \circ c \circ d \rightarrow b \circ c \circ d a \rightarrow c \circ d a b \rightarrow d a b c = 12345$ ですから,
・ $d = 12, a = 3, b = 4, c = 5$ のとき $3 \circ 4 \circ 5 \circ 12$
・ $d = 1, a = 23, b = 4, c = 5$ のとき $23 \circ 4 \circ 5 \circ 1$
・ $d = 1, a = 2, b = 34, c = 5$ のとき $2 \circ 34 \circ 5 \circ 1$
・ $d = 1, a = 2, b = 3, c = 45$ のとき $2 \circ 3 \circ 45 \circ 1$
の4つが答えとなります。

(4) (3) の最初の式 $3 \bigcirc 4 \bigcirc 5 \bigcirc 1 \ 2$, $2 \ 3 \bigcirc 4 \bigcirc 5 \bigcirc 1$, $2 \bigcirc 3 \ 4 \bigcirc 5 \bigcirc 1$, $2 \bigcirc 3 \bigcirc 4 \ 5 \bigcirc 1$ を見ると、次の2つのことが成り立っていることがわかります。

① 式の一番右側の $\bigcirc$ のすぐ右に 1 がある

② 1 から右に進み、一番右の数までいったら一番左に進んで再び右に進むと、1 2 3 4 5 の順番になっている



この2つのことに注意をすると、以下ようになります。

$\bigcirc$ が 1 つのとき… $2 \ 3 \ 4 \ 5 \bigcirc 1$, $3 \ 4 \ 5 \bigcirc 1 \ 2$, $4 \ 5 \bigcirc 1 \ 2 \ 3$, $5 \bigcirc 1 \ 2 \ 3 \ 4$

$\bigcirc$ が 2 つのとき… $2 \ 3 \ 4 \bigcirc 5 \bigcirc 1$, $2 \ 3 \bigcirc 4 \ 5 \bigcirc 1$, $2 \bigcirc 3 \ 4 \ 5 \bigcirc 1$,

$3 \ 4 \bigcirc 5 \bigcirc 1 \ 2$, $3 \bigcirc 4 \ 5 \bigcirc 1 \ 2$, $4 \bigcirc 5 \bigcirc 1 \ 2 \ 3$

$\bigcirc$ が 4 つのとき… $2 \bigcirc 3 \bigcirc 4 \bigcirc 5 \bigcirc 1$