受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

２０２５の並べかえ

デジタル数字が印字された透明なカードで，２０２５を表すと図１のようになります。２のカードは裏返せば５のカードに，５のカードは裏返せば２のカードになるので，カードを裏返したり並べかえたりすることで，図２のように５５２０などを表すことができます。

図１

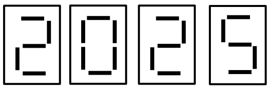
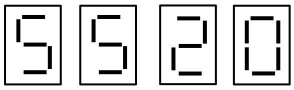


図２



（１）２０２５のカードを裏返したり並べかえたりすることでできる４桁のすべての整数の和を求めなさい。
（すべての整数には，もとの数の２０２５も含めます。（２）以降も同様です)。

（２）２０２５のカードから，１～４枚を選んで，裏返したり並べかえたりすることでできるすべての整数の和を求めなさい。

（３）２０２５２０２５の８枚のカードから，１～８枚を選んで，裏返したり並べかえたりすることでできるすべての３の倍数の和を求めなさい。

最難関問題

２０２５の並べかえ　（１）９０２１６　（２）９６５０９　（３）５２２６８５３２７９２

（１）２か５のカードをｎで表します。４けたの整数はｎｎｎ０，ｎｎ０ｎ，ｎ０ｎｎの３種類があり，それぞれにおいて，ｎには２か５が入るので，ｎｎｎは２×２×２＝８（通り）です。２と５はそれぞれのｎに対して同じ回数入るので，８÷２＝４（回）ずつです。よって，
（２＋５）×４×（１１１０＋１１０１＋１０１１）＝９０２１６です。

（２）ｎの枚数で場合分けします。また，０のカードは必ず使うものとして考えます。たとえばｎが２枚の場合，０ｎｎはｎｎを表すものとします。

ｎが１枚の場合

（２＋５）×１１＝７７です。

$$\begin{array}{r} 02 \\ 05 \\ 20 \\ \underline{50} \\ 77 \end{array}$$

ｎが２枚の場合

一の位がｎの場合，残りの２つの位は０ｎの並びかえで２通り，０ｎのｎに入る数は２通りあるので，一の位には２も５も，２×２＝４（回）現れます。他の位も同じなので，
（２＋５）×４×１１１＝３１０８です。

ｎが３枚の場合

一の位がｎの場合，残りの３つの位は０ｎｎの並びかえで３通り，ｎｎに入る数は２×２＝４（通り）あるので，一の位には２も５も，３×４＝１２（回）現れます。他の位も同じなので，
（２＋５）×１２×１１１１＝９３３２４です。

以上より，７７＋３１０８＋９３３２４＝９６５０９です。

最難関問題

（３）３の倍数は，各位の数の和が３の倍数となる整数です。０は３で割ると余りが０，２と５は３で割ると余りが２の数なので，３の倍数となるのは２や５が３個か６個現れる場合です。０が何個現れるのかは関係ありません。よって，（２）と同様にして，０が２枚，ｎが３枚か６枚の場合を考えればよいことになります。

ｎが３枚の場合

一の位がｎの場合，残りの４つの位は００ｎｎの並びかえで４Ｃ２＝６（通り），ｎｎに入る数は２×２＝４（通り）あるので，一の位には２も５も，６×４＝２４（回）現れます。他の位も同じなので，（２＋５）×２４×１１１１１＝１８６６６４８です。

ｎが６枚の場合

一の位がｎの場合，残りの７つの位は００ｎｎｎｎｎの並びかえで７Ｃ２＝２１（通り），ｎｎｎｎｎに入る数は２×２×２×２×２＝３２（通り）あるので，一の位には２も５も，２１×３２＝６７２（回）現れます。他の位も同じなので，（２＋５）×６７２×１１１１１１１１＝５２２６６６６６１４４です。

以上より，１８６６６４８＋５２２６６６６６１４４＝５２２６８５３２７９２です。