

最難関問題

連続する整数への分解の長さ

整数15は、 $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ という5つの連続する整数の和、 $4 + 5 + 6$ という3つの連続する整数の和、 $7 + 8$ という2つの連続する整数の和に分解できます。

(1) 次の、～にあてはまる数を、それぞれすべて答えなさい。

① 10個の連続する整数の和に分解できる整数は、必ず個の連続する整数の和に分解できます。
ただし、10個は除きます。

② 175個の連続する整数の和に分解できる整数は、必ず個の連続する整数の和に分解できます。
ただし、175個は除きます。

③ 360個の連続する整数の和に分解できる整数は、必ず個の連続する整数の和に分解できます。
ただし、360個は除きます。

(2) 175個の連続する整数の和にも、360個の連続する整数の和にも分解できる整数を、小さい順に3つ答えなさい。

最難関問題

連続する整数への分解の長さ

- (1) $\boxed{\text{ア}} = 2, 5$ $\boxed{\text{イ}} = 5, 7, 25, 35$
 $\boxed{\text{ウ}} = 3, 5, 8, 9, 15, 24, 40, 45, 72, 120$
- (2) 69300, 81900, 94500

(1)

- ① 解説省略。いくつか調べてみてこうかな、というくらいでいいでしょう。
- ② 175個の連続する整数の和に分解できる整数は、 $n \times 175$ という積の形で表すことができ、 n は $(175 - 1) \div 2 + 1 = 88$ 以上の整数です。このとき、175の約数のうちから1と175を除いた、5, 7, 25, 35について、
 $(n \times 35) \times 5,$
 $(n \times 25) \times 7,$
 $(n \times 7) \times 25,$
 $(n \times 5) \times 35,$ という積の形で表すことができるので、 $\boxed{\text{イ}} = 5, 7, 25, 35$ です。

- ③ 360個の連続する整数の和に分解できる整数は、 $k \times 360$ という積の形で表すことができます。 k は、 $\bigcirc\triangle\square.5$ という、小数点以下が0.5の小数で、 $360 \div 2 + 0.5 = 180.5$ 以上の数です。
 偶数個の連続する整数の和に分解する場合、 $\bigcirc\triangle\square.5 \times 360$ のように、
 (小数点以下が0.5の小数) \times (偶数) でなければならないので、 $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ であることから、
 $(k \times 3 \times 3 \times 5) \times (2 \times 2 \times 2)$ による8個の連続する整数の和への分解、
 $(k \times 3 \times 5) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3)$ による24個の連続する整数の和への分解、
 $(k \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 5)$ による40個の連続する整数の和への分解、
 $(k \times 5) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3)$ による72個の連続する整数の和への分解、
 $(k \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5)$ による120個の連続する整数の和への分解、が可能で
 奇数個の連続する整数の和に分解する場合は、(整数) \times (奇数) であればよいので、360の奇数の約数のうちで1以外の、3個、5個、9個、15個、45個に分解できます。
 以上より、 $\boxed{\text{ウ}} = 3, 5, 8, 9, 15, 24, 40, 45, 72, 120$ です。

最難関問題

(2) (1) の②, ③より, (整数) $\times 175$ という積で表せるとともに,

$\bigcirc\triangle\square.5 \times 360 = (2 \times \bigcirc\triangle\square.5) \times 180 = (\text{奇数}) \times 180$ という積で表せる整数を求めます。
175と180の最小公倍数は6300であり, $6300 \div 180 = 35$ は奇数であることから,
 $6300 \times (\text{奇数})$ が答えとなります。

また, (整数) $\times 175$ の (整数) は88以上であることから,
 $6300 \times (\text{奇数}) = 175 \times 36 \times (\text{奇数})$ の $36 \times (\text{奇数})$ は88以上なので, (奇数) は3以上
です。同様に, (奇数) $\times 180$ の (奇数) は $180.5 \times 2 = 361$ 以上であることから,
 $6300 \times (\text{奇数}) = 180 \times 35 \times (\text{奇数})$ の $35 \times (\text{奇数})$ は361以上なので, (奇数) は11
以上です。

よって, $6300 \times 11 = 69300$, $6300 \times 13 = 81900$, $6300 \times 15 = 94500$ が
答えです。