

最難関問題

式と数字の個数・4けたのたし算

次の問いに答えなさい。

(1) 2つの4けたの整数をたし算したところ、和が9999になりました。

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = 9999$$

2つの4けたの整数には数字の9が現れないとき、このような式として考えられるものは何通りありますか。1111+8888=9999と8888+1111=9999のように順番を入れかえただけのものは同じ式とします。

(2) 2つの4けたの整数をたし算したところ、和が8888になりました。

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = 8888$$

2つの4けたの整数には数字の8が現れないとき、このような式として考えられるものは何通りありますか。1111+7777=8888と7777+1111=8888のように順番を入れかえただけのものは同じ式とします。

最難関問題

式と数字の個数・4けたのたし算 (1) 2048通り (2) 1874通り

(1) 2つの4けたの整数をA B C DとE F G Hとします。

$$\begin{array}{r} A B C D \\ + E F G H \\ \hline 9 9 9 9 \end{array}$$

(D, H) の組合せとして考えられるものは, (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5) を並びかえて, $4 \times 2 = 8$ (通り) です。いずれの場合もくり上がりはないので, (C, G), (B, F), (A, E) の組合せも同様に8通りです。よって, $8 \times 8 \times 8 \times 8$ (通り) となりますが, 2つの整数を入れかえただけの式は1つとして数えるので, $8 \times 8 \times 8 \times 8 \div 2 = 2048$ (通り) です。

(2) 2つの4けたの整数をA B C DとE F G Hとします。

$$\begin{array}{r} A B C D \\ + E F G H \\ \hline 8 8 8 8 \end{array}$$

(D, H) の組合せとして考えられるものは, $D + H = 8$ となってくり上がらない場合が (1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4) を並びかえて, $3 \times 2 + 1 = 7$ (通り) です。また, $D + H = 18$ となってくり上がる場合が (9, 9) の1通りです。

(C, G) の組合せは (D, H) のくり上がりによって変わってくるので, 場合分けをして考えます。

(D, H) のくり上がりがない場合

くり上がりがない場合は, $C + G$ の一の位が8となればよいので, 上で考えたD, Hの場合と変わりません。よって (C, G) のくり上がりがない場合が7通り, くり上がりがある場合が1通りです。

(D, H) のくり上がりがある場合

$C + G = 7$ となってくり上がらない場合が (0, 7), (1, 6), (2, 5), (3, 4) を並びかえて, $4 \times 2 = 8$ (通り) です。また, $C + G = 17$ となってくり上がる場合が (9, 8) を並びかえて2通りです。

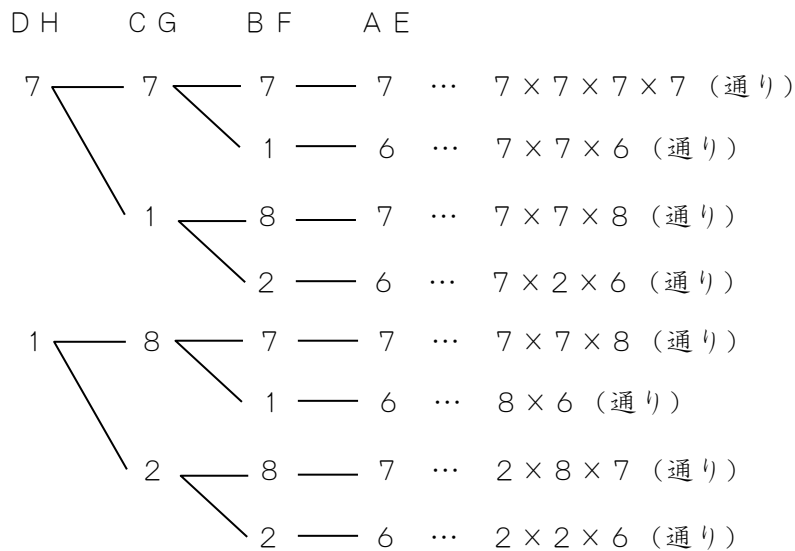


最難関問題

(B, F) についても同様で, (C, G) のくり上がりがない場合は (B, F) のくり上がりがない 7 通りとくり上がりがある 1 通りに, (C, G) のくり上がりがある場合は (B, F) のくり上がりがない 8 通りとくり上がりがある 2 通りになります。

(A, E) は (B, F) のくり上がりがない場合は $A + E = 8$ となる 7 通り, ある場合は $A + E = 7$ となる (1, 6), (2, 5), (3, 4) の, $3 \times 2 = 6$ (通り) となります。

以上の場合の数の組み合わせを樹形図で整理すると次のようになります。



$7 \times 7 \times (7 \times 7 + 6 + 8 + 8) + 7 \times 2 \times (6 + 8) + 6 \times (8 + 2 \times 2) = 3747$ (通り) のうち, $4444 + 4444 = 8888$ 以外の式は 2 つの整数を入れかえたものが存在するので, $1 + (3747 - 1) \div 2 = 1874$ (通り) です。