受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

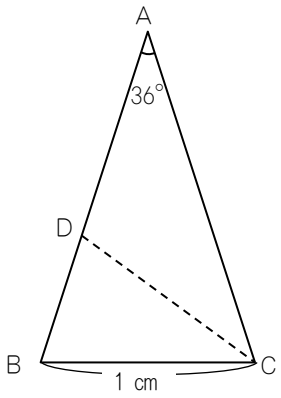
最難関問題

正五角形と黄金比・２

下の図の三角形ＡＢＣは，角Ａの大きさが３６度でＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形で，底辺ＢＣの長さは１㎝です。また，ＣＤは角Ｃの大きさを二等分する線です。

（１）辺ＡＢの長さは何㎝ですか。必要であれば四捨五入して小数第２位までのおよその数で答えなさい。

（２）（１）で求めたおよその値を利用して，１辺が１㎝の正五角形の面積が二等辺三角形ＡＢＣの面積の何倍であるかを求めなさい。必要であれば四捨五入して小数第２位までのおよその数で答えなさい。



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正五角形と黄金比・２　（１）１.６２㎝　（２）２.２３倍，または，２.２４倍

（１）図①において○印は３６度の大きさを表します。三角形ＣＢＤ，ＤＣＡは二等辺三角形なので，ＣＢ＝ＣＤ＝ＡＤ＝１㎝です。ここでＤＢ＝□㎝とすると，三角形ＣＢＤとＡＢＣが相似形であることから，□：１＝１：（□＋１）が成り立ちます。

□×（□＋１）＝１×１，

□×□＋□＝１，となるので，この式を満たす□を求めます。

０.６×０.６＋０.６＝０.９６＜１，

０.７×０.７＋０.７＝１.１９＞１，となるので，□は０.６と０.７の間，０.６により近い数であることがわかります。

０.６１×０.６１＋０.６１＝０.９８２１＜１，

０.６２×０.６２＋０.６２＝１.００４４＞１，となるので，□は０.６１と０.６２の間の数です。１より小さい数の平方数の差の開き方から，□≧０.６１５とわかりますが，計算をすると，

０.６１５×０.６１５＋０.６１５＝０.９９３２２５＜１となるので，□＞０.６１５です。よって，四捨五入をして，□はおよそ０.６２です。よって，辺ＡＢの長さはおよそ，０.６２＋１＝１.６２（㎝）です。

なお，より細かく求めると，辺ＡＢの長さは１.６１８０３３９８８７…となります。

（２）図②のように，三角形ＣＢＤの面積を 0.62 とすると，三角形ＤＣＡの面積は 1 ，三角形ＡＢＣの面積は 1.62 となります。図③より，１辺が１㎝の正五角形の面積は 3.62 となるので，

3.62 ÷ 1.62 ＝２.２３４５…より，およそ２.２３倍です。

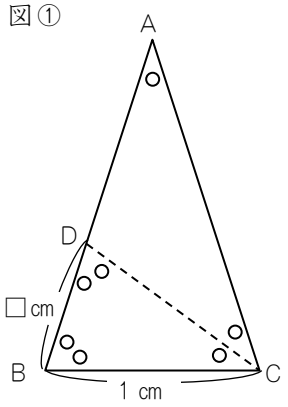
ただし，（１）の□×（□＋１）＝１より，１÷（□＋１）＝□であることを利用すると，

（３＋□）÷（１＋□）＝１＋２÷（１＋□），

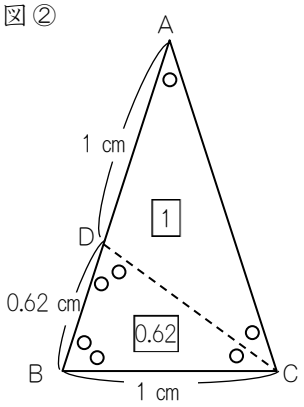
２÷（１＋□）＝２×□より，

１＋２÷（１＋□）＝１＋２×□＝１＋２×０.６２＝２.２４となって，２.２４倍も正解です。なお，実際には２.２３６０６７９…倍になります。

図①



図②



図③

