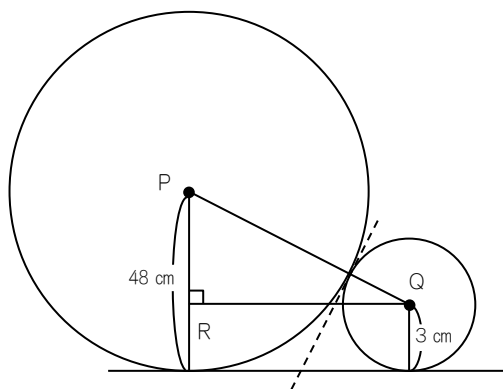


ピタゴラス数・2

次の問いに答えなさい。

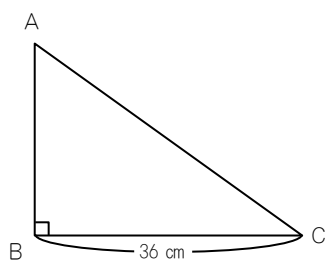
- (1) 図1は点Pを中心とする半径48 cmの円と、点Qを中心とする半径3 cmの円と、2つの円に接する直線をぴったり組みあわせたものです。図の直角三角形PQRの辺QRの長さは何cmですか。

図1



- (2) 図2の直角三角形ABCは、辺BCの長さが36 cmです。辺ABと辺ACの長さがcmの単位で整数となるような長さの組を(10, 20)のようにしてすべて答えなさい。

図2



最難関問題

ピタゴラス数・2

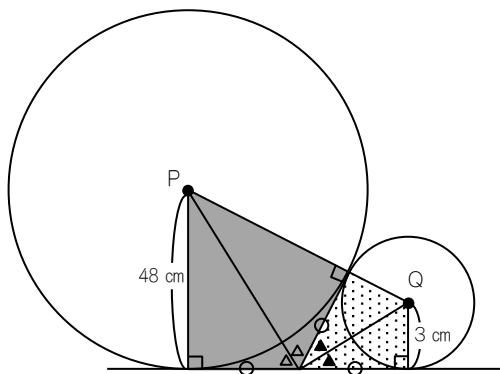
(1) 24 cm

(2) (323, 325), (160, 164), (105, 111), (77, 85), (48, 60),
(27, 45), (15, 39)

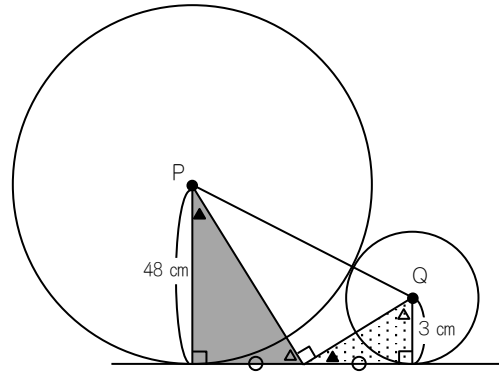
(1) 円と直線が接する点において、円の半径と直線は垂直に交わります。よって、図①の影をつけた2つの直角三角形は合同、あみ目部分の2つの直角三角形も合同となります。合同であることから、○印をつけた辺の長さは等しく、△印をつけた角と▲印をつけた角の大きさの和は $180 \div 2 = 90$ (度) になります。

こうして、図②のように影をつけた直角三角形とあみ目部分の直角三角形は相似となることからわかるので、 $48 : \bigcirc = \bigcirc : 3$ より、 $\bigcirc \times \bigcirc = 48 \times 3 = 144 = 12 \times 12$ なので、 $\bigcirc = 12$ cm、辺QRの長さは $12 \times 2 = 24$ (cm) です。

図①



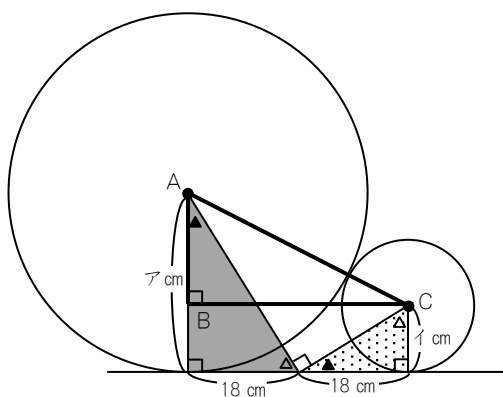
図②



最難関問題

(2)(1)を参考に、図③のように直角三角形ABCを円と組み合わせます。 $36 \div 2 = 18$ より、
 $A : 18 = 18 : I$ なので、 $A \times I = 18 \times 18 = 324$ です。AとIの長さが等しいとABCは三角形にならないので、AがIより大きい場合を、324の約数のペアを並べる方法で求めていくと、図④の表になります。

図③



図④

ア	324	162	108	81	54	36	27
イ	1	2	3	4	6	9	12

辺ABの長さはア-Iで、辺ACの長さはA+Iとなるので、 $A = 324$ で $I = 1$ のときは、辺ABの長さは $324 - 1 = 323$ 、辺ACの長さは $324 + 1 = 325$ となります。同様にして残りも求めていくと、 $(323, 325)$, $(160, 164)$, $(105, 111)$, $(77, 85)$, $(48, 60)$, $(27, 45)$, $(15, 39)$ となります。