



最難関問題

半素数と連続する整数の和分解

$4 = 2 \times 2$, $6 = 2 \times 3$ のように, 2 個の整数の積の形で素因数分解される整数を, 半素数といいます。以下では, 半素数を連続する整数の和に分解することを考えます。例えば 6 は, $6 = 1 + 2 + 3$ となって, 3 個の連続する整数の和に分解できます。

(1) 2 個の連続する整数の和に分解できる半素数のうちで, 100 に最も近いものを答えなさい。

(2) 29 個の連続する整数の和に分解できる 1000 以下の半素数は何個ありますか。

(3) 62 個の連続する整数の和に分解できる最小の半素数を答えなさい。

最難関問題

半素数と連続する整数の和分解 (1) 95 (2) 5個 (3) 2077

(1) 連続する2個の整数の和は必ず奇数になるので、奇数の半素数のみを考えます。また、(1を除く)すべての奇数は明らかに連続する整数の和で表すことができるので、100に最も近い奇数の半素数を探して、 $5 \times 19 = 95$ です。

(2) 29個の連続する整数のまんなかの数を□とすると、もとの半素数は $\square \times 29$ の形で表せるので、□は素数です。また、29個の連続する整数のまんなかの数であることから、 \square は $(29 - 1) \div 2 + 1 = 15$ 以上です。さらに $1000 \div 29 = 34. \dots$ より、34以下です。15以上34以下の素数は、17, 19, 23, 29, 31の5通りなので、条件を満たす半素数は5個です。

(3) 62個の連続する整数の平均値は $\square.5$ という小数になります。 $\square.5$ は31.5以上です。もとの半素数は、 $\square.5 \times 62 = (\square.5 \times 2) \times 31$ となるので、 $(\square.5 \times 2)$ は $31.5 \times 2 = 63$ 以上の素数、つまり67です。よって、 $67 \times 31 = 2077$ です。