受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

四角すいの側面の回転体

図１の四角すいＡ－ＢＣＤＥは底面の四角形ＢＣＤＥが１辺４㎝の正方形で，４つの側面は二等辺三角形です。また，四角すいの高さＡＨは１０.５㎝です。頂点Ｃを通るＡＨと平行な直線Ｌを回転の軸として，この四角すいが１８度回転するとき，側面が通過した部分の体積を求めなさい。ただし，図２のように１つの内角の大きさが３６度の直角三角形の３辺の長さの比は３：４：５であり，円周率は3.１４であることとします。

図１

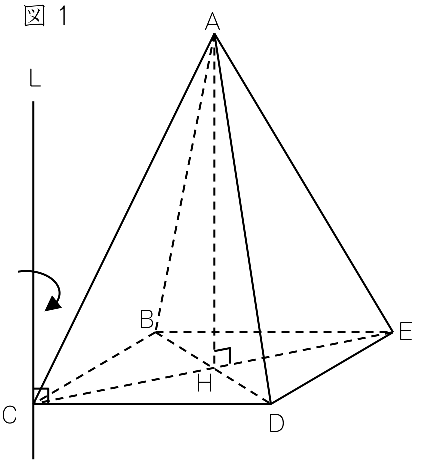
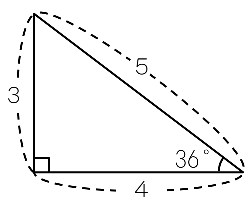


図２



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

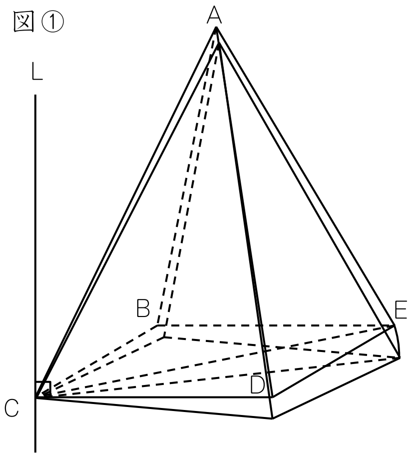
最難関問題

四角すいの側面の回転体　４６.３７６㎝^{3}

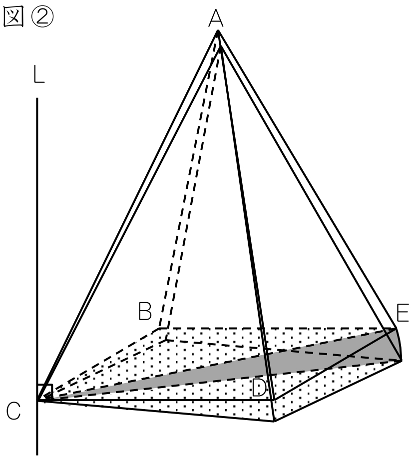
何となく図をかいてみると，図①のようになります。側面が通過した部分なので，四角すいが通過した部分と違って中がぽっかりと空いた立体になります。そこで，四角すいが通過した部分の体積から，中の空いた部分の体積を引くことにします。

四角すいが通過した部分は，図②のあみ目で示した部分を底面とする四角すいを半分にした三角すいの部分と，影をつけた部分を底面とする円すいの一部の立体に分かれます。三角すいは２個あわせてもとの四角すいと合同になりますから，４×４×１０.５×$\frac{1}{3}$＝５６（㎝^{3}）です。影をつけた部分は，図③の二等辺三角形ＡＣＥを１８度回転してできる回転体です。②×②＝４×４×２＝３２，①×①＝３２÷４＝８ですから，（３２－８）×$\frac{18}{360}$×3.１４×（１０.５×２）×$\frac{1}{3}$＝8.4×3.１４＝２６.３７６（㎝^{3}）です。よって，四角すいが通過した部分の体積は，５６＋２６.３７６＝８２.３７６（㎝^{3}）です。

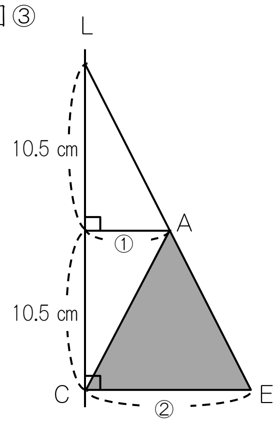
図①



図②



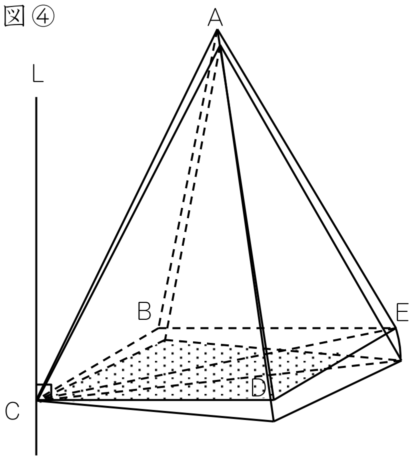
図③



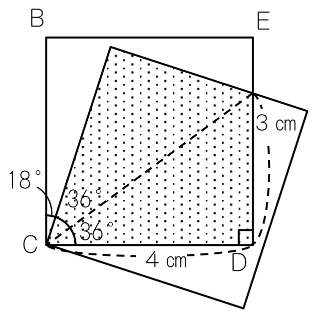
最難関問題

中の空いた部分は，図④のあみ目で示した四角形を底面とする四角すいになります。図④を真上から見ると，図⑤，⑥のようになります。図⑤より，四角すいの底面積は３×４×$\frac{1}{2}$×２＝１２（cm^2）です。また，高さは図⑥においてア：イ：ウ＝７：１：６となることから，１０.５×$\frac{6}{1+6}$＝９（cm）です。よって，四角すいの体積は１２×９×$\frac{1}{3}$＝３６（cm^3）です。

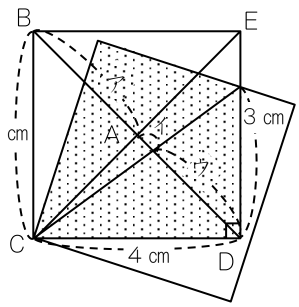
図④



図⑤



図⑥



以上より，四角すいの４つの側面が通過した部分の体積は，８２.３７６－３６＝４６.３７６（cm^3）です。