受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

もとの数，累乗の回数と剰余

整数ａをｎ個かけた数を，＜ａ，ｎ＞で表すことにします。たとえば，＜４，２＞＝４×４＝１６，＜４，３＞＝４×４×４＝６４です。また，＜４，１＞＝４とします。

（１）＜１７，ｎ＞が，７で割ると５余り，１１で割ると８余る数のとき，ｎにあてはまる最も小さい数を答えなさい。

（２）＜ａ，２３＞が，７で割ると５余り，１１で割ると８余る数のとき，ａにあてはまる最も小さい数を答えなさい。

（３）＜ａ，ｎ＞が，７で割ると５余り，１１で割ると８余る数のとき，ｎとして考えられる数のうち，最も小さい数は１で，そのときにａにあてはまる最も小さい数は１９です。

ｎとして考えられる数のうち，１０番目に小さい数と，そのときにａにあてはまる数の中で１０番目に小さいものをそれぞれ求めなさい。

最難関問題

もとの数，累乗の回数と剰余　（１）１７　（２）２４　（３）ｎ＝３７，ａ＝７５４

（１）１７は７で割ると３余る数です。７で割ると３余る数を１個，２個，３個とかけていったときに７で割ると，余りは以下のようになります。

＜１７，１＞…７で割った余りは３，

＜１７，２＞…３×３＝９，９÷７＝１余り２より，７で割った余りは２，

＜１７，３＞…２×３＝６より，７で割った余りは６，

＜１７，４＞…６×３＝１８，１８÷７＝２余り４より，７で割った余りは４，

＜１７，５＞…４×３＝１２，１２÷７＝１余り５より，７で割った余りは５，

＜１７，６＞…５×３＝１５，１５÷７＝２余り１より，７で割った余りは１，

こうして，余りは３，２，６，４，５，１の６個の数のくり返しとなります。よって，＜１７，ｎ＞が７で割って５余るときのｎにあてはまる数は，５，１１，１７，…です。

同様にして，＜１７，１＞，＜１７，２＞，＜１７，３＞，…を１１で割ったときの余りの周期を求めると，６，３，７，９，１０，５，８，４，２，１の１０個の数のくり返しとなります。よって，＜１７，ｎ＞が１１で割って８余るときのｎにあてはまる数は，７，１７，２７，…です。

以上より，＜１７，ｎ＞が，７で割ると５余り，１１で割ると８余る数のとき，ｎにあてはまる最も小さい数は，１７です。

最難関問題

（２）（１）と同様にして，７および１１で割ったときの余りの周期を求めると，以下のようになります。
たとえば，７で割って３余る数を次々とかけていくと，７で割った余りは３，２，６，４，５，１の
くり返しとなります。

（÷７の剰余の周期）

0	…					
1	…					
2	4	1	…			
3	2	6	4	5	1	…
4	2	1	…			
5	4	6	2	3	1	…
6	1	…				

（÷１１の剰余の周期）

0	…									
1	…									
2	4	8	5	10	9	7	3	6	1	…
3	9	5	4	1	…					
4	5	9	3	1	…					
5	3	4	9	1	…					
6	3	7	9	10	5	8	4	2	1	…
7	5	2	3	10	4	6	9	8	1	…
8	9	6	4	10	3	2	5	7	1	…
9	4	3	5	1	…					
10	1	…								

＜ａ，２３＞が，７で割ると５余る数になるのは，３，２，６，４，５，１の周期における，
６×３＋５＝２３（番目）の場合なので，ａは７で割って３余る数です。また，＜ａ，２３＞が，
１１で割ると８余る数になるのは，２，４，８，５，１０，９，７，３，６，１の周期における，
１０×２＋３＝２３（番目）の場合なので，ａは１１で割って２余る数です。

よって，７で割って３余り，１１で割って２余る最小の整数を求めて，２４です。

最難関問題

（３）＜ａ，ｎ＞が，７で割ると５余る数になるのは，（２）の表より，ｎが６の倍数＋１か５の場合で，１１で割ると８余る数になるのは，ｎが１０の倍数＋１か３か７か９の場合です。これらの条件を満たすｎは小さい順に，１，７，１１，１３，１７，１９，２３，２９，３１，３７，…となるので，１０番目に小さいｎは３７です。

ｎ＝３７のときに７で割ると５余る数になるａは，７で割って５余る整数です。また，１１で割ると８余る数になるａは，１１で割って６余る整数です。よって，最小のａは６１，１０番目に小さいａは，６１＋７７×９＝７５４です。